



Development of empirical equations between uniaxial compressive strength and Brazilian tensile strength for various rocks: A review study

Amin Jamshidi^{1*} and Saeed Aligholi²

1- Assoc. Prof., Dept. of Geology, Faculty of Sciences, Lorestan University, Khorramabad, Iran

2- Dept. of Engineering Geology, Institute of Innovation, Science and Sustainability, Federation University, Ballarat 3350, VIC, Australia 3350, VIC, Australia

ARTICLE INFO

Article type:

Original Research

Article history:

Received: 2024 September 7

Accepted: 2024 December 29

Keywords:

Empirical equations

Prediction

Rock

Brazilian tensile

strength

Uniaxial

compressive

strength

ABSTRACT

In the present study, a comprehensive database has been created by collecting more than 1803 data related to various rocks types including igneous, sedimentary, and metamorphic, and based on that, empirical equations for predicting the uniaxial compressive strength from Brazilian tensile strength were established. In the following, the accuracy of empirical equations for rocks types were investigated and compared by the statistical indices of correlation coefficient (R) and variance accounted for (VAF). The findings indicate that the predictive empirical equations of the uniaxial compressive strength developed for igneous rocks have the highest accuracy, and sedimentary and metamorphic rocks are in the next ranks, respectively. The empirical equations developed in the present study can be used as a comprehensive database for the experts and executive engineers of geotechnical structures. This will lead to the reduction of time and cost to evaluate the uniaxial compressive strength in the preliminary steps of the investigation site of a geotechnical structure.

DOI: <https://doi.org/10.22084/NFAG.2024.29843.1633>

Corresponding author: Amin Jamshidi, **E-mail:** Jamshidi.am@lu.ac.ir

Cite this article: Amin Jamshidi and Saeed Aligholi (2026). Development of empirical equations between uniaxial compressive strength and Brazilian tensile strength for various rocks: A review study, New Findings of Applied Geology, Vol. 20, No. 39, pp: 57-75.



Journal of New Findings of Applied Geology by Bu-Ali Sina University Press is licensed under CC BY-NC 4.0

Web Site: <https://nfag.basu.ac.ir> **E-mail:** nfag@basu.ac.ir

Extended Abstract

Introduction

Uniaxial compressive strength is one of the critical resistance characteristics of the rocks. This characteristic is used as an input parameter in the design of most geotechnical structures such as road trenches, concrete dams, tunnels, and power plants. Ignoring this parameter in the designs will lead to the lack of suitable efficiency of the geotechnical structure during its operation. This can increase the vulnerability of the geotechnical structure against geological hazards, which will be accompanied by financial losses or even loss of life. Therefore, it is necessary to consider uniaxial compressive strength as one of the design parameters of geotechnical structures. This can result in the success of the project during its service life. The use of empirical equations is among the indirect tools in evaluating the uniaxial compressive strength of rocks, which are frequently used by researchers. Empirical equations can be employed as a suitable alternative of the uniaxial compressive strength laboratory test, in conditions that it is not possible to prepare rock specimens with standard dimensions and geometric shapes (such as some sandstones, shales, schists, weathered heavily granite, etc.). Additionally, in the preliminary steps of investigation site of a geotechnical structure, empirical equations can be used as a quick and low-cost tool for predicting the uniaxial compressive strength of rock. In the present paper, by collecting a data number of uniaxial compressive strength and Brazilian tensile strength belonging the igneous, sedimentary, and metamorphic rocks published in the previous studies, two goals have been pursued. Firstly, the development of empirical equations to predict the uniaxial compressive strength various rocks types by the Brazilian tensile strength, and second comparing the accuracy of predictive empirical equations of the uniaxial compressive strength considering the rock type.

Materials and methods

1. Data collection and database creation

To achieve the goals of the present study, a comprehensive review was conducted on the papers published in the national and international databases in order to collect the required data. All published papers containing

data of uniaxial compressive strength and Brazilian tensile strength were collected in a 52-year period from 1972 to 2024.

2. Method of data analysis

The data of uniaxial compressive strength and Brazilian tensile strength published in the papers were entered in Excel software. After a systematic grouping, the data related to each rock type (e.g., granite, limestone, marble, etc.) were separately analyzed. Investigations include curve fitting on data of uniaxial compressive strength (dependent parameter) and Brazilian tensile strength (independent parameter) using simple regression analyses. The most appropriate fitting curve was selected among the exponential, linear, logarithmic, and power regression relationships based on the highest value of the correlation coefficient (R). Fisher's F test was employed to evaluate the significance of the developed empirical equations between uniaxial compressive strength and Brazilian tensile strength. This test was done through SPSS software. The accuracy of the predictive equations of uniaxial compressive strength from Brazilian tensile strength for various rocks types was investigated using values of the R and variance accounted for (VAF) attained from empirical equations.

Results and Discussion

1. Development of empirical equations for predicting the uniaxial compressive strength from Brazilian tensile strength

According to the regression analysis results, it was concluded that depending on the rock type, any of the empirical equations types including exponential, linear, logarithmic, or power forms has the highest R value. Figure (2) presents the frequency of empirical equation forms between uniaxial compressive strength and Brazilian tensile strength for igneous, sedimentary, and metamorphic rocks. Based on these results, power, power, and linear forms were the most efficient empirical equations in predicting the uniaxial compressive strength using Brazilian tensile strength for igneous, sedimentary, and metamorphic rocks, respectively.

2. Evaluating the accuracy of predictive empirical equations of the uniaxial compressive strength

An empirical equation will have a better efficiency for predicting the uniaxial compressive strength than Brazilian tensile

strength that have acceptable accuracy. In order to compare the accuracy of the empirical equations established in the present study, the statistical indices of R and VAF were utilized. Using Excel and SPSS software, the values of R and VAF, respectively, were calculated for the empirical equations between uniaxial compressive strength and Brazilian tensile strength of various rocks types. It be revealed that the average values of R for various rocks types belonging to igneous, sedimentary, and metamorphic classes were equal to 0.90, 0.87, and 0.85, respectively, as well as values of VAF for these rocks were 1.76, 0.71, and 1.72%, respectively. These findings indicate that the accuracy of the predictive equations of the uniaxial compressive strength for igneous, sedimentary, and metamorphic rocks is almost similar. However, when the comparison of accuracy between rocks types belonging to the same rock class (i.e. igneous, sedimentary, or metamorphic) is considered, there are significant differences in the accuracy of empirical equations.

Conclusions

The empirical equations developed in the present study have provided a comprehensive database for various rocks types including igneous, sedimentary and metamorphic (a total 28 rock types). These equations can be utilize to indirect evaluation the uniaxial compressive strength using Brazilian tensile strength in the preliminary steps of the investigation site of a geotechnical project such as a dams, tunnel, roads, and power plants, etc. Using the empirical equations presented in the present study will save the time and cost of the studies works of a geotechnical project.



توسعه معادلات تجربی بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین برای سنگ‌های مختلف: یک مطالعه مروری

امین جمشیدی^{۱*} و سعید علیقلی^۲

۱- دانشیار گروه زمین‌شناسی، دانشکده علوم، دانشگاه لرستان، خرم‌آباد، ایران

۲- گروه زمین‌شناسی مهندسی، مؤسسه فناوری، علم و پایایی، دانشگاه فدراسیون، بالارات ۳۳۵۰، وی آی سی، استرالیا

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: مقاله پژوهشی تاریخچه مقاله: تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۶/۱۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۰/۹ کلیدواژه‌ها: معادله تجربی برآورد سنگ مقاومت فشاری تک‌محوری مقاومت کششی برزیلین	مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ‌ها یکی از پارامترهای حیاتی در طراحی سازه‌های ژئوتکنیکی مختلف، مانند ترانشه راه، سد، تونل و نیروگاه است. در مراحل مقدماتی بررسی ساختگاه یک سازه ژئوتکنیکی، معمولاً از روش‌های غیرمستقیم برای ارزیابی مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ‌ها استفاده می‌شود. یکی از روش‌های غیرمستقیم، استفاده از مقاومت کششی برزیلین برای برآورد مقاومت فشاری تک‌محوری از طریق معادلات تجربی است. در مقاله فعلی، یک بانک اطلاعاتی جامع با گردآوری بیش از ۱۸۰۳ داده مربوط به انواع سنگ‌های مختلف آذرین، رسوبی و دگرگونی ایجاد و بر اساس آن معادلات تجربی برآورد کننده مقاومت فشاری تک‌محوری از مقاومت کششی برزیلین توسعه داده شده‌اند. در ادامه، دقت معادلات تجربی برای انواع سنگ‌های مختلف از طریق شاخص‌های آماری ضریب همبستگی (R) و ارزش حسابی (VAF) مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته‌اند. نتایج حاکی از آن است که معادلات تجربی برآوردکننده مقاومت فشاری تک‌محوری برای سنگ‌های آذرین دارای بالاترین دقت هستند و در رتبه‌های بعدی، به ترتیب سنگ‌های رسوبی و سنگ‌های دگرگونی قرار دارند. به عنوان تابعی از نوع سنگ، برخی معادلات تجربی دقت بالا و برخی دقت متوسط در برآورد مقاومت فشاری تک‌محوری داشته‌اند. معادلات تجربی توسعه داده شده در مطالعه حاضر می‌توانند به عنوان یک منبع جامع برای کارشناسان و مهندسان اجرایی سازه‌های ژئوتکنیکی مورد استفاده قرار گیرند. این امر منجر به کاهش زمان و هزینه ارزیابی مقاومت فشاری تک‌محوری در مراحل مقدماتی بررسی ساختگاه یک سازه ژئوتکنیکی خواهد شد.

DOI: <https://doi.org/10.22084/NFAG.2024.29843.1633>

* نویسنده مسئول: امین جمشیدی، E-mail: Jamshidi.am@lu.ac.ir

استناد: امین جمشیدی و سعید علیقلی (۱۴۰۵). توسعه معادلات تجربی بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین برای سنگ‌های مختلف: یک مطالعه مروری، یافته‌های نوین زمین‌شناسی کاربردی، دوره ۲۰، شماره ۳۹، صفحه ۵۷ تا ۷۵.

این نشریه علمی رایگان است و حق مالکیت فکری خود را براساس لایسنس کپی‌رایت کامنز (CC BY-NC 4.0) به نویسندگان واگذار کرده است.



آدرس وبسایت نشریه: <https://nfag.basu.ac.ir> | ایمیل نشریه: nfag@basu.ac.ir

۱- پیشگفتار

مقاومت فشاری تک‌محوری از خصوصیات مقاومتی مهم سنگ‌ها است که در اکثر سازه‌های ژئوتکنیکی مانند ترانشه‌های سنگی راه، سدهای بتنی، تونل‌ها، نیروگاه‌ها به عنوان یک پارامتر ورودی در طراحی آن‌ها استفاده می‌شود. نادیده گرفتن این پارامتر در طراحی‌ها منجر به عدم کارایی مناسب سازه ژئوتکنیکی در طی بهره‌برداری از آن خواهد شد. این می‌تواند آسیب‌پذیری سازه ژئوتکنیکی در برابر خطرات زمین‌شناسی را افزایش دهد که بدون شک همراه با ضررهای مالی و یا حتی از دست دادن جان افراد خواهد بود. از این‌رو در نظر گرفتن مقاومت فشاری تک‌محوری به عنوان یکی از پارامترهای طراحی سازه‌های ژئوتکنیکی امری ضروری است که می‌تواند نتیجه‌ای در موفقیت پروژه در طول زمان سرویس‌دهی آن را در پی داشته باشد.

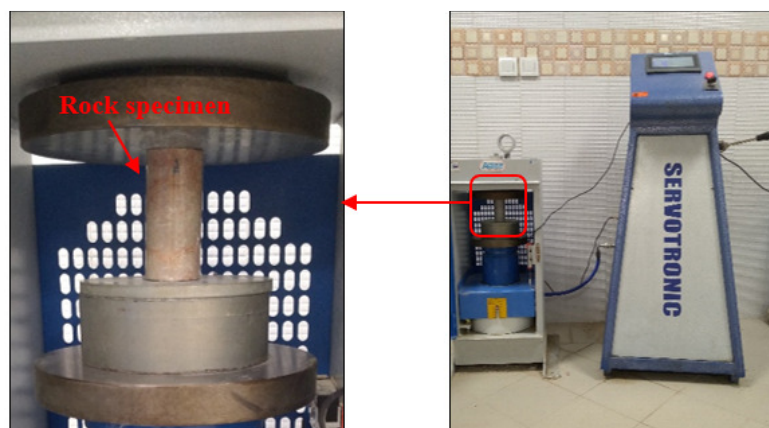
سه روش برای دستیابی به مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ‌ها وجود دارد؛ اندازه‌گیری بر اساس آزمون آزمایشگاهی، جدول‌های طراحی و استفاده از معادلات تجربی. در میان محققان ژئوتکنیک، روش اول به ابزارهای مستقیم و دو روش دیگر به‌عنوان ابزارهای غیرمستقیم معروف هستند. دقیق‌ترین روش ارزیابی مقاومت فشاری تک‌محوری انجام آزمون آزمایشگاهی روی نمونه سنگ است که همراه با حداقل خطای اندازه‌گیری خواهد بود. در این روش، نمونه مغزه استوانه یا مکعبی شکل با ابعاد هندسی مشخص و استاندارد مطابق با دستورالعمل انجمن بین‌المللی مکانیک سنگ (ISRM 1981) یا انجمن آزمون مصالح آمریکا (ASTM 2004) با استفاده از دستگاه آزمایش

مقاومت فشاری تک‌محوری تحت بارگذاری قرار می‌گیرد. شکل (۱) دستگاه آزمایش مقاومت فشاری تک‌محوری را نمایش داده است. با معلوم بودن سطح مقطع نمونه آزمایش و بار ثبت شده در لحظه گسیختگی، مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ بر اساس رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$UCS = \frac{F}{A}$$

که در آن UCS مقاومت فشاری تک‌محوری بر حسب مگاپاسکال، F بار در لحظه گسیختگی بر حسب نیوتن و A سطح مقطع نمونه سنگ بر حسب میلی‌متر مربع است.

جدول‌های طراحی از ابزارهای غیرمستقیم ارزیابی مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ‌ها هستند که بر اساس نتایج حاصل از آزمون‌های آزمایشگاهی در طی مطالعات گذشته بنا نهاده شده‌اند. در جدول (۱) نمونه‌ای از جدول‌های طراحی نشان داده شده است. در این جدول‌ها برای هر نوع سنگ متعلق به رده سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی دامنه مقادیر مقاومت فشاری تک‌محوری ارائه شده است. باید توجه کرد که ارزیابی مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ‌ها بر اساس جدول‌های طراحی همراه با خطا خواهد بود. از این‌رو، در اکثر مواقع محققین از جدول‌های طراحی برای کنترل و صحت مقادیر مقاومت فشاری تک‌محوری به‌دست‌آمده از آزمون‌های آزمایشگاهی یا معادلات تجربی استفاده می‌کنند. برای کاهش خطای ارزیابی لازم است که از داده‌های مربوط به مقاومت فشاری تک‌محوری سنگی در جدول طراحی استفاده شود که با سنگ مورد مطالعه دقیقاً مشابه باشد.



شکل ۱. دستگاه آزمایش مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ

Fig. 1. Device of rock UCS

جدول ۱. مقادیر متداول مقاومت فشاری تک‌محوری برخی سنگ‌ها (آشتو، ۱۹۹۶)

Table 1. Typical range of UCS some of rocks (AASHTO 1996)

Rock class	Rock type	^a UCS (Mpa)
Igneous rocks	Andesite	97-179
	Diabase	21-572
	Gabbro	124-230
	Granite	14-338
	Diorite	10-97
	Monozonite	131-159
	Syenite	179-427
Metamorphic rocks	Marble	38-241
	Phyllite	24-241
	Quartzite	62-379
	Amphibolite	117-276
	Gneiss	24-310
	Schist	10-145
Sedimentary rocks	Limestone	24-290
	Dolostone	33-310
	Travertine	38-69
	Argillite	29-145
	Claystone	1-8
	Marlstone	52-193
	Siltstone	10-117
	Shale	7-35
	Conglomerate	33-221
	Sandstone	67-172

^a Range of UCS reported by various researchers

ابزاری سریع و کم‌هزینه در ارزیابی مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ استفاده شوند. در این نوع معادلات، مقاومت فشاری تک‌محوری (به‌عنوان پارامتر نامعلوم) از طریق سایر خصوصیات ذاتی سنگ (پارامتر معلوم) مانند ترکیب کانی-شناسی، ویژگی‌های بافتی، چگالی (ρ)، تخلخل (n)، جذب آب (w)، شاخص بار نقطه‌ای (PLI)، مقاومت کششی برزیلین (BTS)، شاخص بلوک پانچ (BPI)، مدول الاستیسیته (E)، سرعت موج التراسونیک (V_p)، سختی چکش اشمیت (SH) و شاخص دوام وارفتگی (SDI) مورد ارزیابی غیرمستقیم قرار می‌گیرد. در جدول (۲) برخی از معادلات تجربی بین مقاومت فشاری تک‌محوری و خصوصیات ذاتی سنگ ارائه شده است.

نمونه‌های بی‌شکل و از سوی دیگر غیرمخرب و سریع بودن انجام آزمایش سرعت موج التراسونیک است. مرور مطالعات پیشین نشان می‌دهد که در مقایسه با شاخص بار نقطه‌ای و سرعت موج التراسونیک، توجه کمتری به توسعه معادلات تجربی برای برآورد مقاومت فشاری تک‌محوری با استفاده از مقاومت کششی برزیلین شده است. اهمیت این موضوع زمانی بیشتر خواهد شد که در برخی معادلات تجربی توسعه داده شده بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت

استفاده از معادلات تجربی از دیگر ابزارهای غیرمستقیم در ارزیابی مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ‌ها است که مورد استقبال محققان قرار گرفته است. معادلات تجربی در شرایطی که امکان تهیه نمونه سنگ با ابعاد و شکل هندسی استاندارد (مانند برخی ماسه‌سنگ‌ها، شیل، شلیست، گرانیت به‌شدت هوازده و ...) مطابق با دستورالعمل انجمن بین‌المللی مکانیک سنگ (ISRM 1981) یا انجمن آزمون مصالح آمریکا (ASTM 2004) وجود ندارد، می‌توانند به عنوان یک جایگزین قابل قبول برای آزمون آزمایشگاهی به کار گرفته شوند. از سوی دیگر، در مراحل مقدماتی بررسی ساختگاه یک سازه ژئوتکنیکی که هنوز نیاز به مطالعات تفصیلی نیست، معادلات تجربی می‌توانند به عنوان در مطالعات پیشین برخی خصوصیات ذاتی همچون شاخص بار نقطه‌ای و سرعت موج التراسونیک نسبت به دیگر خصوصیات ذاتی (مانند ترکیب کانی‌شناسی، چگالی، مقاومت کششی برزیلین، شاخص دوام وارفتگی) کاربرد فراوان‌تری در ارزیابی مقاومت فشاری تک‌محوری از طریق معادلات تجربی داشته‌اند. این موضوع به دلیل قابلیت انجام در هر دو محیط آزمایشگاهی و صحرایی، سریع و کم‌هزینه بودن و امکان انجام آزمایش شاخص بار نقطه‌ای روی

طی مدت زمان بهره‌برداری خواهد شد. در مقاله حاضر، با گردآوری تعداد زیادی از داده‌های مقاومت فشاری تک-محوری و مقاومت کششی برزیلین مربوط به انواع مختلف سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی منتشر شده در مطالعات پیشین دو هدف دنبال شده است: ابتدا توسعه معادلات تجربی برای برآورد مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ‌های مختلف با استفاده از مقاومت کششی برزیلین از طریق آنالیز رگرسیون ساده و دوم مقایسه دقت معادلات تجربی برآوردکننده مقاومت فشاری تک‌محوری با در نظر گرفتن نوع سنگ.

کششی برزیلین نوع سنگ لحاظ نشده است. به عبارت دیگر، معادله تجربی بر اساس مجموعه‌ای از داده‌های حاصل از انواع مختلف سنگ‌ها مانند ماسه‌سنگ، گرانیت، مرمر و غیره توسعه داده شده است. با توجه به ماهیت متفاوت سنگ‌ها با همدیگر، توسعه معادلات تجربی بر اساس صرفاً یک نوع سنگ (برای مثال ماسه‌سنگ یا گرانیت) می‌تواند منجر به افزایش دقت معادله تجربی برای برآورد مقاومت فشاری تک‌محوری شود. یک برآورد دقیق‌تر از مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ مطمئناً منجر به یک طراحی مناسب‌تر و دقیق‌تر از سازه ژئوتکنیکی و بنابراین افزایش پایداری و ماندگاری آن در برابر خطرهای زمین‌شناسی در

جدول ۲. معادلات تجربی برای برآورد مقاومت فشاری تک‌محوری از طریق برخی خصوصیات ذاتی

Table 2. Empirical equations for predicting the UCS based on some index characteristics

Input parameter	Empirical equation	R	Rock class	Source
Q/F	$UCS = 26.073(Q/F) + 60.075$	0.90	Igneous	Ajalloeian et al. (2024)
	$UCS = 121.02(Q/F) + 115$	0.38	Igneous	Tugrul and Zarif (1999)
PD, TC	$UCS = 2.9844PD^{0.7715}$	0.14	Sedimentary	Zorlu et al. (2004)
	$UCS = 65.98 \ln(TC) + 158.08$	0.53	Sedimentary	Diamantis et al. (2021)
ρ	$UCS = 0.000001\rho^{16.7}$	0.94	Igneous	Tugrul and Gurpinar (1997)
	$UCS = 139.34\rho - 272.25$	0.76	Sedimentary	Sharma et al. (2017)
n	$UCS = -49.36 \ln(n) + 189.35$	0.38	Igneous	Hudyma et al. (2004)
	$UCS = 149.33n^{-0.53}$	0.79	Metamorphic	Fereidooni (2016)
w	$UCS = 83.59e^{-0.4433w}$	0.92	Sedimentary	Lashkaripour (2002)
	$UCS = -10.16 \ln(w) + 30.58$	0.67	Sedimentary	Yilmaz and Yuksek (2009)
PLI	$UCS = 139.34PLI$	0.96	Sedimentary	Rabat et al. (2020)
	$UCS = 13.71PLI + 5.51$	0.50	Metamorphic	Akbay (2023)
BTS	$UCS = 6.75BTS^{1.08}$	0.64	Igneous	Kallu and Roghanchi (2015)
	$UCS = 40.09 \ln(BTS) + 36.14$	0.88	Sedimentary	Khajevand (2023a)
BPI	$UCS = 1.35BPI + 10.89$	0.72	Metamorphic	Mishra and Basu (2012)
	$UCS = 8.9217BPI - 1.2334$	0.59	Sedimentary	Heidari et al. (2018)
E	$UCS = 0.0072E$	0.12	Sedimentary	Malik and Rashid (1997)
	$UCS = 12.8(E/10)^{1.32}$	0.77	Sedimentary	Najibi et al. (2015)
Vp	$UCS = 0.03V_p - 23.778$	0.12	Sedimentary	Zhang et al. (2021)
	$UCS = 0.058V_p - 165.598$	0.77	Igneous	Valido et al. (2024)
SH	$UCS = 6.31e^{0.057SH}$	0.85	Igneous	Jobli et al. (2017)
	$UCS = 57.91 \ln(SH) - 181.44$	0.77	Metamorphic	Ahmed et al. (2023)
SDI	$UCS = 0.047e^{0.0651SDI}$	0.85	Igneous	Kahraman et al. (2016)
	$UCS = 26.21SDI - 2476.20$	0.74	Sedimentary	Sharma et al. (2017)

Note: Quartz/Feldspar ratio (Q/F), Packing density (PD), Texture coefficient (TC)

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- گردآوری داده و ایجاد بانک اطلاعاتی

برای رسیدن به اهداف پژوهش حاضر، یک بررسی مروری جامع در پایگاه‌های معتبر ملی و بین‌المللی به منظور گردآوری داده‌های مورد نیاز انجام شد. تعداد زیادی از مقالات منتشر شده حاوی داده‌های مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین، در یک بازه زمانی ۵۲ ساله از سال ۱۹۷۲ تا ۲۰۲۴ میلادی تهیه شدند. شکل (۲) به صورت شماتیک اطلاعات آماری مربوط به داده‌های گردآوری شده را نمایش داده است. داده‌ها به گونه‌ای گردآوری شدند که طیف گسترده‌ای از انواع مختلف سنگ‌های مربوط به هر رده سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی را در بر بگیرند. از شکل (۲) مشاهده می‌شود که رده سنگ‌های آذرین شامل گرانیت (۳۳۴ داده)، توف (۱۳۴ داده)، پریدوتیت (۶۷ داده)، آندزیت (۵۰ داده)، بازالت (۴۷ داده)، دیاباز (۳۳ داده)، گرانودیوریت (۲۵ داده)، گابرو (۱۴ داده)، سینیت (۱۳ داده) و دیوریت (۱۳ داده) هستند. همچنین سنگ‌آهک (۳۳۳ داده)، ماسه‌سنگ (۲۶۸ داده)، تراورتن (۱۶۳ داده)، مارن (۴۳ داده)، لوماشل (۴۱ داده)، دولستون (۳۶ داده)، گل‌سنگ (۳۱ داده)، سیلتستون (۲۹ داده)، گچ (۲۹ داده)، رس‌سنگ (۲۶ داده)، کنگلومرا (۱۹ داده) و شیل (۹ داده) متعلق به رده سنگ‌های رسوبی هستند. در رده سنگ‌های دگرگونی، مرمر (۸۷ داده)، کوارتزیت (۱۷ داده)، گنیس (۱۴ داده)، شیس (۱۴ داده)، هورنفلس (۹ داده) و سرپانتینیت (۵ داده) قرار دارند.

بر اساس اطلاعات آماری داده‌های گردآوری شده در شکل (۲)، در مجموع تعداد ۱۸۰۳ داده گردآوری شدند. از این تعداد، ۶۳۰، ۱۰۲۷ و ۱۴۶ داده به ترتیب مربوط به رده سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی هستند. همچنین رده سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی به ترتیب حاوی ۱۰، ۱۲ و ۶ نوع سنگ مختلف هستند. بنابراین بانک اطلاعاتی تهیه شده از یکسو دارای تعداد داده کافی و از سوی دیگر دامنه گسترده و متنوع از انواع سنگ‌ها می‌باشد. به هر حال، دلیل بیشتر بودن داده‌ها (۱۰۲۷ داده) و تنوع بیشتر سنگ‌ها (۱۲ نوع) در رده سنگ‌های رسوبی و از سوی دیگر کمتر بودن داده‌ها (۱۴۶ داده) و تنوع کمتر سنگ‌ها (۶ نوع) در رده سنگ‌های دگرگونی به دلیل تعداد کارهای

پژوهشی و بنابراین مقالات منتشر شده روی این نوع رده سنگ‌ها در پژوهش‌های پیشین بوده است.

۲-۲- روش تجزیه و تحلیل داده‌ها

تمامی داده‌های مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین موجود در مقالات در نرم‌افزار اکسل (Excel) وارد شدند. به این منظور، داده‌های مربوط به هر کدام از رده سنگ‌های مختلف شامل آذرین، رسوبی و دگرگونی و همچنین انواع مختلف سنگ‌های زیر مجموعه آن‌ها به صورت نظام‌مند در صفحه‌های گسترده^۱ جداگانه محیط نرم‌افزار اکسل گروه‌بندی شدند. با توجه به تعداد زیاد داده‌ها و همچنین تنوع و گستردگی سنگ‌ها، این عمل برای بررسی دقیق و تسریع در روند تجزیه و تحلیل داده‌ها امری ضروری خواهد بود. بعد از گروه‌بندی نظام‌مند، داده‌های مربوط به هر نوع سنگ (برای مثال گرانیت، سنگ‌آهک، مرمر و ...) به صورت جداگانه مورد بررسی قرار گرفتند. بررسی‌ها شامل برازش منحنی روی داده‌های مقاومت فشاری تک‌محوری (پارامتر وابسته) و مقاومت کششی برزیلین (پارامتر مستقل) با استفاده از آنالیز رگرسیون ساده می‌باشد. مناسب‌ترین منحنی برازش از میان روابط رگرسیون نمایی ($UCS = \alpha e^{BTS}$)، خطی ($UCS = \alpha BTS + \beta$)، لگاریتمی ($UCS = \alpha \ln BTS + \beta$) و توانی ($UCS = \alpha BTS^\beta$) بر اساس بالاترین مقدار ضریب همبستگی (R) انتخاب شد. آزمون F فیشر برای ارزیابی معنی‌داری معادلات تجربی توسعه داده شده بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین استفاده شد. این آزمون از طریق نرم‌افزار آماری SPSS صورت گرفت. دقت برآورد مقاومت فشاری تک‌محوری از مقاومت کششی برزیلین برای انواع سنگ‌های مختلف با استفاده از مقادیر R و ارزش حسابی (VAF) به دست آمده از معادلات تجربی مورد بررسی قرار گرفت.

۳- نتایج و بحث

۳-۱- توسعه معادلات تجربی برای برآورد مقاومت

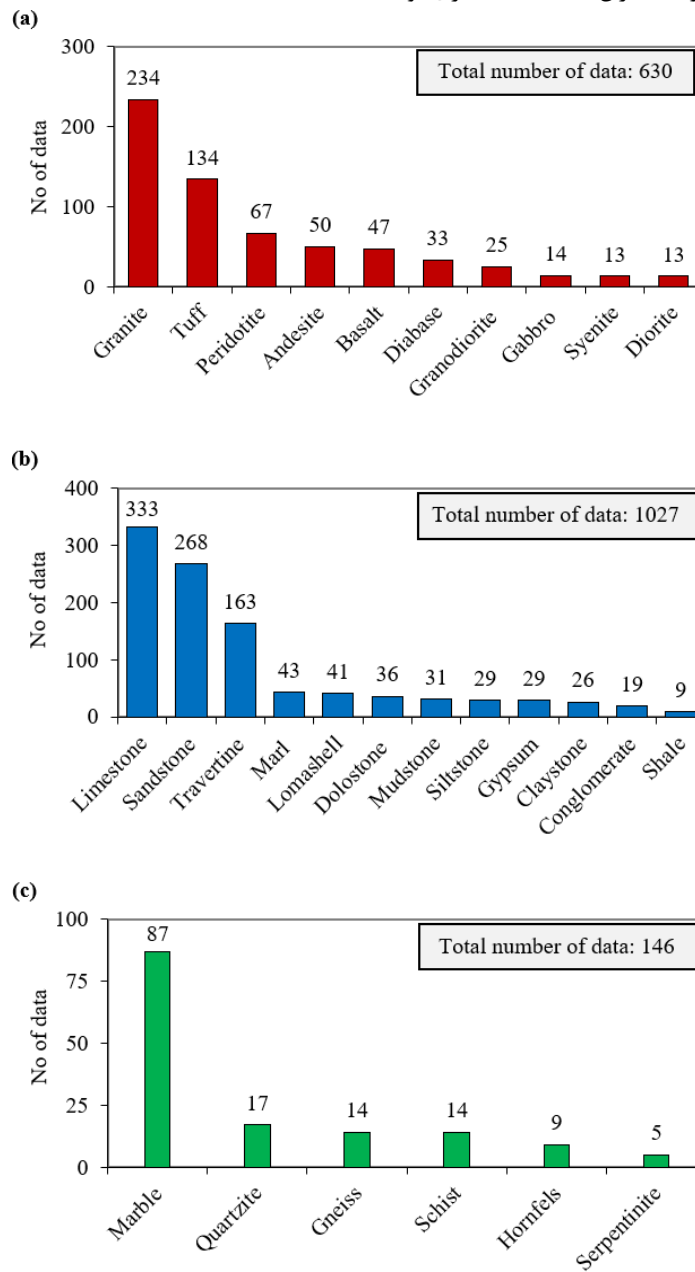
فشاری تک‌محوری از مقاومت کششی برزیلین

در شکل‌های (۳) تا (۵) نتایج آنالیزهای رگرسیون به ترتیب برای سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی نشان داده شده‌اند. همان‌طور که از این شکل‌ها مشاهده می‌شود، برای

^۱ Sheet

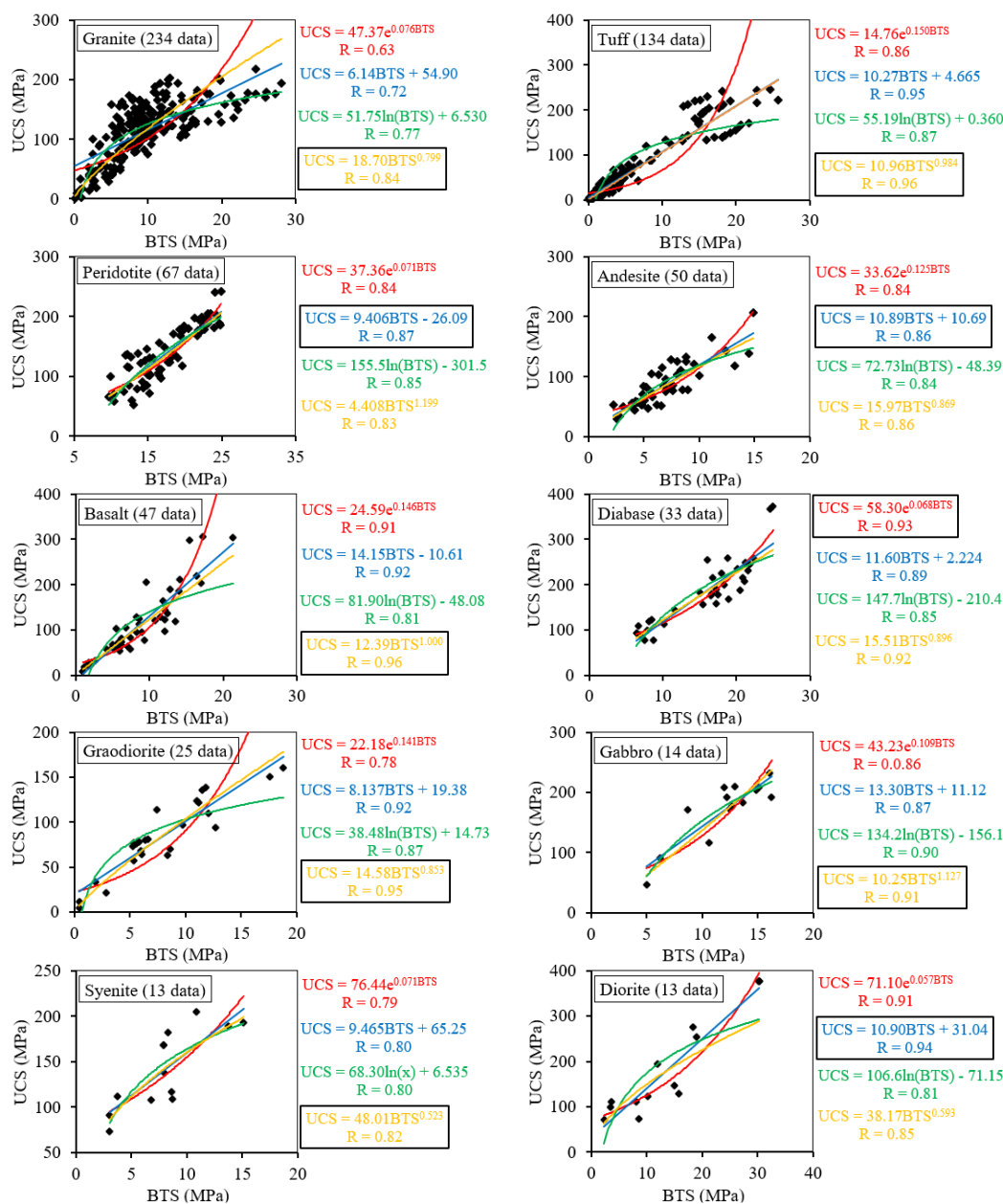
همکاران، ۲۰۱۸؛ آکبای، ۲۰۲۳). برای یک مجموعه داده که چهار نوع مختلف معادله تجربی بین آن‌ها توسعه داده شده است، معادله‌ای با بالاترین مقدار R کارایی بهتری را نسبت به سایر معادلات خواهد داشت. بنابراین بر اساس مقدار R ، کارآمدترین معادله تجربی برای برآورد مقاومت فشاری تک‌محوری از مقاومت کششی برزیلین برای هر نوع سنگ مشخص شد.

هر نوع سنگ چهار نوع معادله تجربی شامل نمایی، خطی، لگاریتمی و توانی بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین توسعه داده شده است. مقدار R برای هر کدام از انواع معادلات محاسبه و روی شکل‌های (۳) تا (۵) گزارش شده است. مقدار R یک شاخص آماری مناسب برای ارزیابی کارایی یک معادله تجربی بین دو پارامتر سنگ (در مطالعه حاضر مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین) است (نجیبی و همکاران، ۲۰۱۵؛ حیدری و



شکل ۲. تعداد داده‌های استفاده شده در پژوهش حاضر، (a) سنگ‌های آذرین، (b) سنگ‌های رسوبی و (c) سنگ‌های دگرگونی

Fig. 2. No of data used in the present study a) igneous rocks b) sedimentary rocks c) metamorphic rocks

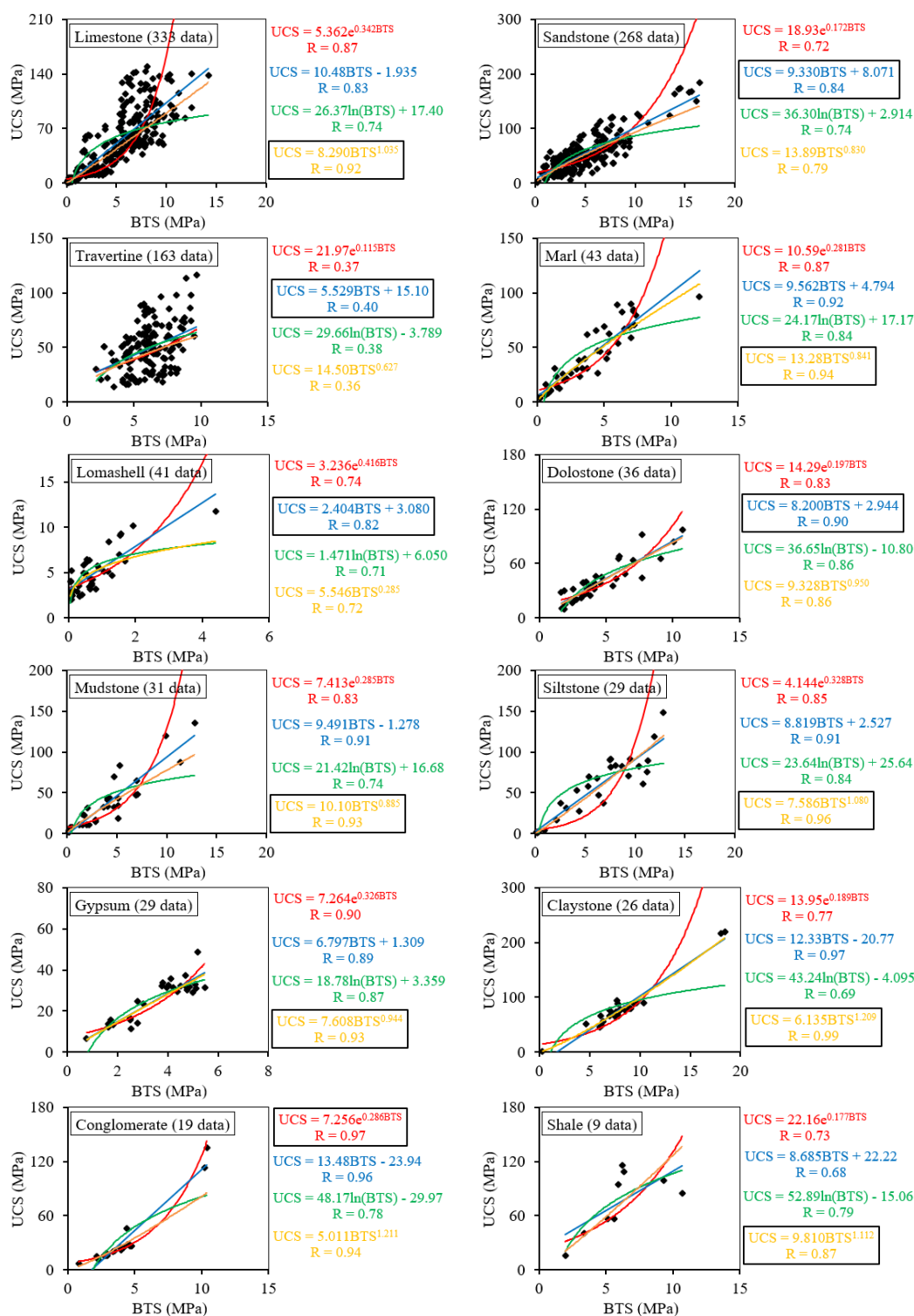


شکل ۳. فرم‌های مختلف معادلات تجربی بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین برای سنگ‌های آذرین (نکته: معادله تجربی با بالاترین ضریب همبستگی (R) با کادر سیاه رنگ نشان داده شده است).

Fig. 3. Various forms of empirical equations between the UCS and BTS for igneous rocks (Note: The empirical equation with the highest R is shown with a black box).

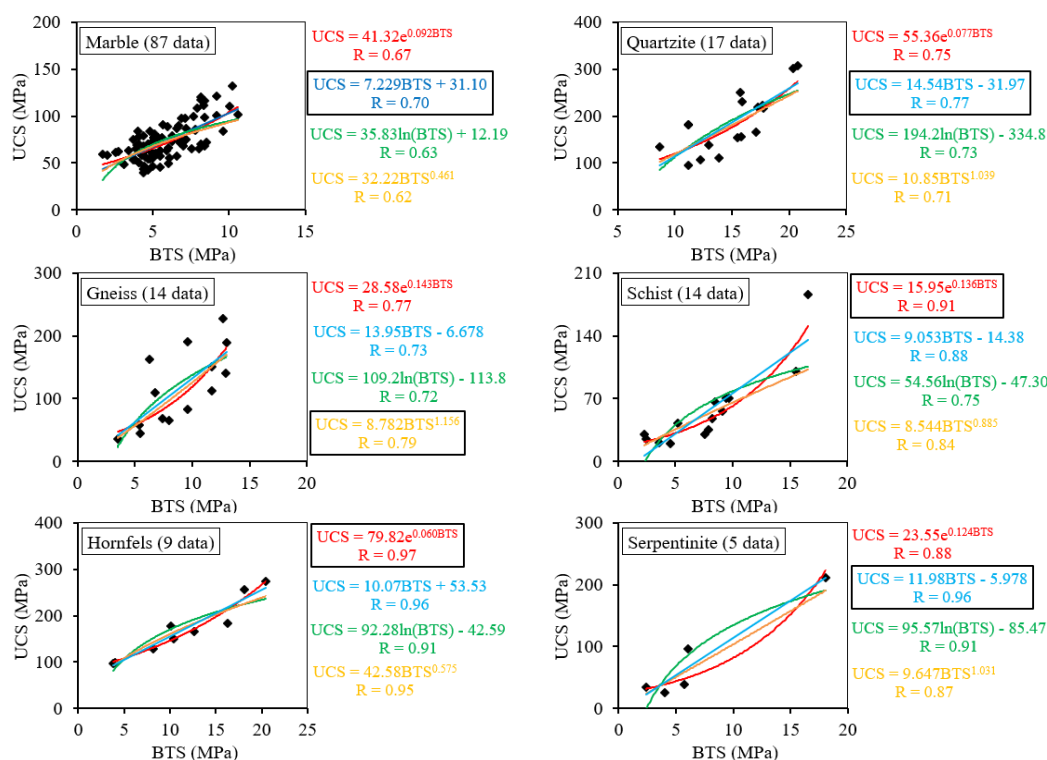
معادله با فرم نمایی در دیاباز، فرم خطی در پریدوتیت، آندزیت و دیوریت و فرم توانی در گرانیت، توف، بازالت، گرانودیوریت، گابرو و سینیت قابل مشاهده است. برای رده سنگ‌های رسوبی، کنگلومرا دارای یک معادله تجربی با فرم نمایی، ماسه‌سنگ، تراورتن، لوماشل و دولستون فرم خطی و در نهایت فرم توانی در سنگ‌آهک، مارن، گل‌سنگ، سیلتستون، گچ، رس سنگ و شیل وجود دارد.

با توجه به نتایج آنالیزهای رگرسیون ارائه شده در شکل‌های (۳) تا (۵)، مشاهده می‌شود که بسته به نوع سنگ یکی از معادلات تجربی با فرم‌های نمایی، خطی، لگاریتمی یا توانی دارای بالاترین مقدار R است که به صورت چارچوب مشکی مشخص شده است. نکته حائز اهمیت این است که در هیچ‌کدام از انواع سنگ‌ها، معادله تجربی با فرم لگاریتمی دارای بالاترین مقدار R نیست. در رده سنگ‌های آذرین،



شکل ۴. فرم‌های مختلف معادلات تجربی بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین برای سنگ‌های رسوبی (نکته: معادله تجربی با بالاترین ضریب همبستگی (R) با کادر سیاه‌رنگ نشان داده شده است).

Fig. 4. Various forms of empirical equations between the UCS and BTS for sedimentary rocks (Note: The empirical equation with the highest R is shown with a black box).



شکل ۵. فرم‌های مختلف معادلات تجربی بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین برای سنگ‌های دگرگونی (نکته: معادله تجربی با بالاترین ضریب همبستگی (R) با کادر سیاه رنگ نشان داده شده است).

Fig. 5. Various forms of empirical equations between the UCS and BTS for metamorphic rocks (Note: The empirical equation with the highest R is shown with a black box).

در رده سنگ‌های دگرگونی، شیست و هورنفلس معادله تجربی با فرم نمایی از خود نشان داده‌اند، مرمر، کوارتیت و سرپانتینیت دارای فرم خطی و گنیس فرم توانی داشته است. فراوانی بهترین فرم معادله تجربی (بالاترین مقدار R) برای هر رده سنگ (آذرین، رسوبی و دگرگونی) از رابطه زیر تعیین شد:

$$f(\%) = \frac{N}{T}$$

که در آن f فراوانی بهترین فرم معادله تجربی برای یک رده سنگ (آذرین، رسوبی یا دگرگونی)، N تعداد بهترین فرم معادله تجربی (بالاترین مقدار R) و T تعداد کل انواع سنگ‌های مربوط به یک رده سنگ می‌باشد که برای سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی به ترتیب معادل با ۱۰، ۱۲ و ۱۶ است.

در شکل (۶) فراوانی بهترین فرم معادله تجربی بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین برای سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که در سنگ‌های آذرین فرم‌های نمایی، خطی، لگاریتمی و توانی فراوانی‌های به ترتیب

در رده سنگ‌های دگرگونی، شیست و هورنفلس معادله تجربی با فرم نمایی از خود نشان داده‌اند، مرمر، کوارتیت و سرپانتینیت دارای فرم خطی و گنیس فرم توانی داشته است. فراوانی بهترین فرم معادله تجربی (بالاترین مقدار R) برای هر رده سنگ (آذرین، رسوبی و دگرگونی) از رابطه زیر تعیین شد:

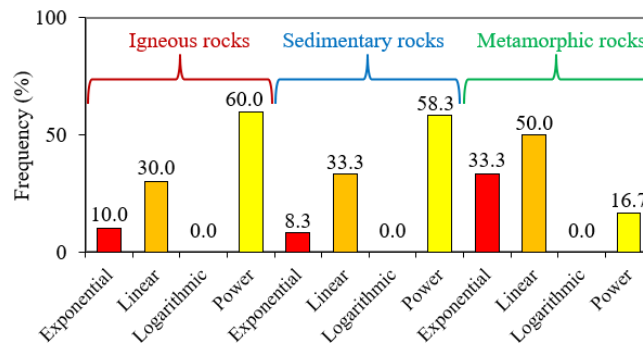
$$f(\%) = \frac{N}{T}$$

که در آن f فراوانی بهترین فرم معادله تجربی برای یک رده سنگ (آذرین، رسوبی یا دگرگونی)، N تعداد بهترین فرم معادله تجربی (بالاترین مقدار R) و T تعداد کل انواع سنگ‌های مربوط به یک رده سنگ می‌باشد که برای سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی به ترتیب معادل با ۱۰، ۱۲ و ۱۶ است.

در شکل (۶) فراوانی بهترین فرم معادله تجربی بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین برای سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که در سنگ‌های آذرین فرم‌های نمایی، خطی، لگاریتمی و توانی فراوانی‌های به ترتیب

تخلخل) کاملاً متفاوت از یکدیگر باشند. این‌ها به نوبه خود منجر به رفتار مهندسی متفاوت سنگ‌ها خواهد شد. هر گونه رفتار مهندسی متفاوت نتیجه‌ای در متفاوت بودن کارامدی (ارزیابی شده توسط R) معادلات تجربی برآورد کننده مقاومت فشاری تک‌محوری از مقاومت کششی برزیلین خواهد شد.

سنگ‌های این رده بوده‌اند. متفاوت بودن مقادیر R در رده‌های اصلی سنگ‌ها (یعنی آذرین، رسوبی و دگرگونی) می‌تواند به ماهیت متفاوت شرایط تشکیل آن‌ها نسبت داده شود. این باعث می‌شود که این سنگ‌ها از نظر ویژگی‌های سنگ‌شناسی (مانند ترکیب کانی‌شناسی و شاخص‌های بافتی) و همچنین ویژگی‌های فیزیکی (مانند چگالی و



شکل ۶. فراوانی فرم‌های مختلف معادلات تجربی بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین برای سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی

Fig. 6. Frequency of the various forms of empirical equations between the UCS and BTS for igneous, sedimentary, and metamorphic rocks

برآزش یک مدل رگرسیون آزمون F فیشر است. این آزمون نشان می‌دهد که آیا متغیر مستقل (در مطالعه حاضر مقاومت کششی برزیلین) قادر است به خوبی تغییرات متغیر وابسته (در مطالعه حاضر مقاومت فشاری تک‌محوری) را تبیین کند یا خیر. اگر مقدار F به دست آمده از آنالیز رگرسیون بزرگ‌تر از F موجود در جدول آماری باشد نشان دهنده کارایی و مناسب بودن معادله تجربی در برآورد متغیر وابسته است. لازم به ذکر است F موجود در جدول آماری برای درجه‌های آزادی مختلف متغیرها در کتاب‌های آماری ارائه شده است. همان‌طور که از جدول (۳) مشاهده می‌شود مقدار F به دست آمده برای تمامی معادلات تجربی به‌مرااتب بزرگ‌تر از F موجود در جدول آماری هستند. این موضوع نشان‌دهنده همبستگی خوب و قابل قبول بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین برای تمامی انواع رده سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی می‌باشد.

۲-۳- ارزیابی دقت معادلات تجربی برآورد کننده مقاومت فشاری تک‌محوری

یک معادله تجربی هنگامی کارآمدی بهتری در برآورد مقاومت فشاری تک‌محوری از مقاومت کششی برزیلین خواهد داشت که دارای دقت کافی و قابل قبول باشد. از

به‌منظور صحت‌سنجی معادلات تجربی ارائه شده در شکل‌های (۳) تا (۵)، از مفهوم سطح معنی‌داری ($Sig.$) و آزمون F فیشر (F -ratio) استفاده شده است. تمامی معادلات تجربی توسعه داده شده از طریق آنالیزهای رگرسیون به یک مقدار احتمال (P -value) که در بعضی مواقع تحت عنوان $Sig.$ معرفی می‌شود ختم می‌شوند. مقدار $Sig.$ اساس پذیرش معنی‌داری آماری نتایج می‌باشد بدین صورت که زمانی به احتمال پایین شانس بودن نتایج پی می‌بریم که مقدار $Sig.$ از مقدار مورد توافق جامع علمی یعنی 0.05 کوچک‌تر باشد (در این پژوهش سطح خطای 0.05 در نظر گرفته شده است، $\alpha = 0.05$). تنها در صورتی که مقدار $Sig.$ به دست آمده از 0.05 کوچک‌تر باشد، می‌توانیم به ارائه یک تفسیر علمی از نتایج مبادرت نماییم. پس زمانی که مقدار $Sig.$ از 0.05 بزرگ‌تر باشد، آنگاه باید گفت که نتایج در اثر شانس حاصل شده‌اند و لذا نمی‌توان تفسیر علمی از نتایج ارائه داد. همان‌طور که از جدول (۳) مشاهده می‌شود تمامی $Sig.$ محاسبه شده برای معادلات تجربی کمتر از 0.05 ($\alpha = 0.05$) می‌باشند که نشان دهنده معنی‌دار بودن آن‌ها از لحاظ آماری برای برآورد مقاومت فشاری تک‌محوری از مقاومت کششی برزیلین است. از مهمترین آزمون‌های آماری برای ارزیابی میزان

شکل‌های (۳) تا (۵) می‌توان مشاهده کرد که معادلات بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین برای انواع سنگ‌ها دارای فرم‌های رگرسیون مختلف و همچنین با پراکندگی مختلف داده‌ها در اطراف خط برازش هستند. این منجر به متفاوت بودن دقت معادلات تجربی در برآورد مقاومت فشاری تک‌محوری می‌شود. به منظور بررسی مقایسه دقت معادلات تجربی، شاخص‌های آماری R و VAF استفاده شده‌اند. این شاخص‌ها دارای کاربرد فراوانی در آنالیزهای رگرسیون میان پارامترهای مختلف سنگ نظیر ویژگی‌های سنگ‌شناسی، فیزیکی، مکانیکی و حرارتی هستند که در خیلی از مطالعات گذشته مورد استفاده قرار گرفته‌اند (کیانپور و همکاران، ۲۰۱۲؛ عقدا و همکاران، ۲۰۱۸؛ خواجه‌وند، ۲۰۱۳b). مقادیر R و VAF به ترتیب از فرمول‌های زیر محاسبه می‌شوند:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^N (y - \bar{y})(y' - \bar{y}')}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (y - \bar{y})^2 (y' - \bar{y}')^2}}$$

$$VAF = \left[1 - \frac{\text{var}(y - y')}{\text{var } y} \right] \times 100$$

که در آن‌ها، y و y' به ترتیب مقادیر اندازه‌گیری شده و برآورد شده مقاومت فشاری تک‌محوری، $\bar{y}$ و $\bar{y}'$ به ترتیب مقادیر میانگین y و y' و N تعداد داده‌های آنالیز شده هستند. مقدار R برای یک معادله تجربی توسعه داده شده بین دو پارامتر بین ۰ تا ۱ است. هر چه مقدار R بزرگ‌تر باشد به معنی آن است که دو پارامتر همبستگی بهتری یا به عبارت دیگر رابطه معنادارتری با همدیگر دارند. از سوی دیگر، مقدار VAF از ۰ تا ۱۰۰ درصد تغییر می‌کند و هر چه مقدار آن به ۱۰۰ نزدیک‌تر باشد بیانگر همبستگی بهتر میان دو پارامتر با همدیگر است. یک معادله تجربی دارای مقدار R بزرگ‌تر به طور معمول VAF بزرگ‌تری نیز خواهد داشت. بنابراین، هنگامی که هدف مقایسه دقت دو یا چند معادله تجربی باشد مقادیر R و VAF به عنوان دو شاخص آماری کمی می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند. در میان چند معادله تجربی، عموماً معادله‌ای که R و VAF بزرگ‌تری داشته باشد نسبت به سایر معادلات دقت و کارآمدی بهتری در برآورد پارامتر وابسته (در مطالعه حاضر مقاومت فشاری تک‌محوری) از پارامتر مستقل (در مطالعه حاضر مقاومت کششی برزیلین) خواهد داشت. با استفاده از نرم-افزارهای Excel و SPSS به ترتیب مقادیر R و VAF برای معادلات تجربی بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت

کششی برزیلین انواع سنگ‌های مختلف محاسبه شد. نتایج این محاسبات در جدول (۳) ارائه شده‌اند. علاوه بر این، مقادیر R و VAF برای مقایسه بهتر نتایج به صورت شماتیک در شکل (۷) نمایش داده شده‌اند. از این شکل می‌توان مشاهده کرد که مقادیر میانگین R محاسبه شده برای انواع مختلف سنگ‌های مربوط به رده‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی به ترتیب برابر با ۰/۸۷، ۰/۹۰ و ۰/۸۵ و همچنین مقادیر VAF برای این رده سنگ‌ها به ترتیب برابر با ۷۶/۱، ۷۱/۰ و ۷۲/۱ درصد بوده‌اند. این نتایج حاکی از این است که در مجموع دقت معادلات تجربی برآورد کننده مقاومت فشاری تک‌محوری برای رده سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی تقریباً مشابه است. به هر حال، وقتی مقایسه میان انواع سنگ‌های متعلق به یک رده سنگ (یعنی آذرین، رسوبی یا دگرگونی) در نظر گرفته می‌شود تفاوت‌های محسوسی در دقت معادلات تجربی وجود خواهد داشت. در این ارتباط، مقایسه مقادیر R و VAF ارائه شده در شکل (۷) نشان می‌دهد که در رده سنگ‌های آذرین، معادلات تجربی برآورد کننده مقاومت فشاری تک‌محوری برای توف، بازالت، گرانودیوریت، دیوریت و دیاباز نسبت به دیگر سنگ‌های آذرین شامل گابرو، پریدوتیت، آندزیت، گرانیت و سینیت دقت بالاتری داشته‌اند. از سوی دیگر، در رده سنگ‌های رسوبی، معادلات تجربی بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین برای رس‌سنگ، کنگلومرا، سیلتستون، مارن، گچ و گل‌سنگ دارای دقت بیشتری در مقایسه با سایر سنگ‌های رسوبی بوده‌اند. همچنین بر اساس مقادیر R و VAF برای انواع سنگ‌های مربوط به رده دگرگونی، معادلات تجربی توسعه داده شده برای هورنفلس، سرپانتینیت و شپست نسبت به سایر سنگ‌های این رده دارای دقت بهتری در برآورد مقاومت فشاری تک‌محوری از مقاومت کششی برزیلین بوده‌اند. یکی از نکات برجسته در ارتباط با معادلات تجربی بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین، دقت و بنابراین کارایی به مراتب پایین‌تر این نوع معادلات برای تراورتن در مقایسه با دیگر انواع سنگ‌های مربوط به رده‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی است. مطابق با شکل (۷)، تراورتن مقادیر R و VAF به ترتیب معادل با ۰/۴۰ و ۱۵/۷ درصد داشته است که اختلاف فاحشی با مقادیر میانگین این شاخص‌های آماری برای رده سنگ‌های آذرین (R و VAF به ترتیب برابر با ۰/۹۰ و ۷۶/۱ درصد)، رسوبی

می‌توان به ماهیت به شدت متخلخل تراورتن به دلیل حضور منافذ با اندازه‌های مختلف نسبت داد که منجر به رفتار مهندسی غیر قابل پیش‌بینی آن می‌شود (ذلولی و همکاران، ۲۰۱۷؛ ملکاوی و همکاران، ۲۰۲۳). مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین نیز تابعی از ماهیت متخلخل و ناهمگن تراورتن هستند که نتیجه‌ای در دقت و کارایی پایین معادلات تجربی برای این نوع سنگ خواهد داشت.

R و VAF به ترتیب برابر با ۰/۸۷ و ۷۱/۰ (درصد) و دگرگونی R و VAF به ترتیب برابر با ۰/۸۵ و ۷۲/۱ (درصد) نشان می‌دهد. مقادیر پایین R و VAF برای تراورتن به دلیل پراکندگی داده‌های مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین در اطراف منحنی برازش است. در شکل (۴) منحنی‌های برازش در فرم‌های مختلف شامل نمایی، خطی، لگاریتمی و توانی برای تراورتن نمایش داده شده است. پراکندگی داده‌ها اطراف منحنی‌های برازش را

جدول ۳. مقادیر شاخص‌های آماری معادلات تجربی بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین

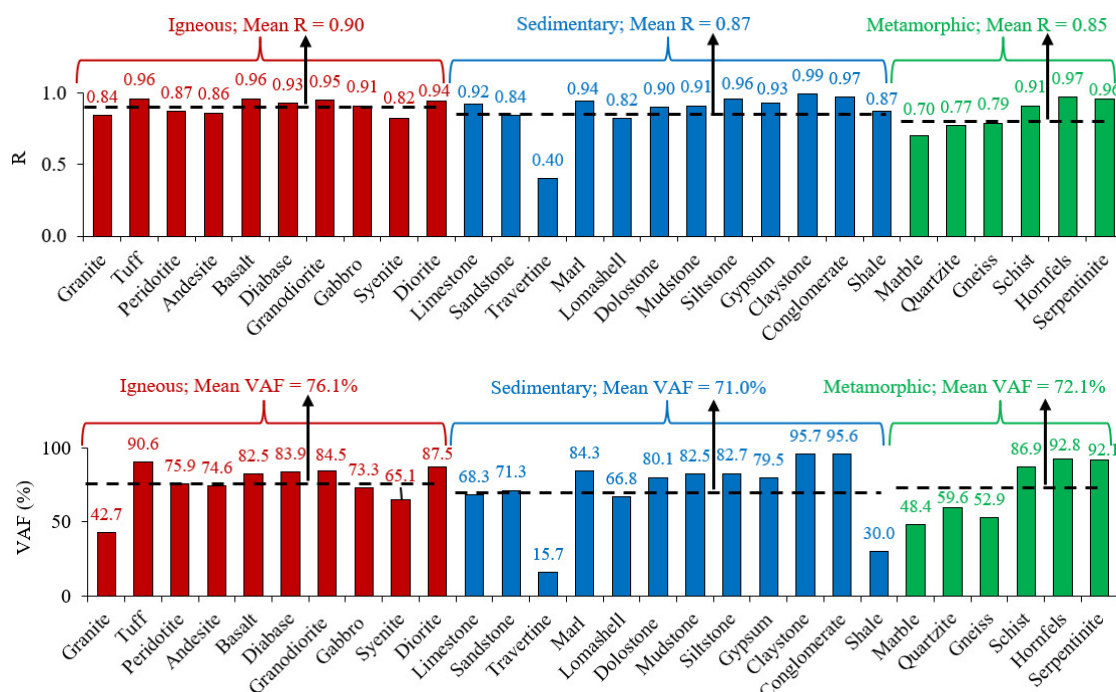
Table 3. Values of the statistical indices for empirical equations between the UCS and BTS

Rock class	Rock type	Empirical equation	Empirical equation form	R	VAF (%)	F- ratio		Sig.
						Computed	Tabulated	
Igneous	Granite	$UCS = 18.70BTS^{0.779}$	Power	0.84	42.7	557.9	3.88	0.00
	Tuff	$UCS = 10.96BTS^{0.984}$	Power	0.96	90.6	1506	3.91	0.00
	Peridotite	$UCS = 9.406BTS - 26.09$	Linear	0.87	75.9	204.3	3.99	0.00
	Andesite	$UCS = 10.89BTS + 10.69$	Linear	0.86	74.6	140.7	4.04	0.00
	Basalt	$UCS = 12.39BTS^{1.000}$	Power	0.96	82.5	483.6	4.06	0.00
	Diabase	$UCS = 58.30e^{0.068BTS}$	Exponential	0.93	83.9	195.8	4.16	0.00
	Granodiorite	$UCS = 14.58BTS^{0.853}$	Power	0.95	84.5	200.2	2.28	0.00
	Gabbro	$UCS = 10.25BTS^{1.127}$	Power	0.91	73.3	56.1	4.75	0.00
	Syenite	$UCS = 48.01BTS^{0.523}$	Power	0.82	65.1	23.1	4.84	0.00
	Diorite	$UCS = 10.90BTS + 31.04$	Linear	0.94	87.5	77.2	4.84	0.00
Sedimentary	Limestone	$UCS = 8.290BTS^{1.035}$	Power	0.92	68.3	1933	3.87	0.00
	Sandstone	$UCS = 9.330BTS + 8.071$	Linear	0.84	71.3	660.7	3.88	0.00
	Travertine	$UCS = 5.529BTS + 15.10$	Linear	0.40	15.7	29.9	3.90	0.00
	Marl	$UCS = 13.28BTS^{0.841}$	Power	0.94	84.3	332.0	4.08	0.00
	Lomashell	$UCS = 2.404BTS + 3.080$	Linear	0.82	66.8	78.5	4.09	0.00
	Dolostone	$UCS = 8.200BTS + 2.944$	Linear	0.90	80.1	136.9	4.13	0.00
	Mudstone	$UCS = 9.491BTS - 1.278$	Linear	0.91	82.5	136.8	4.18	0.00
	Siltstone	$UCS = 7.586BTS^{1.080}$	Power	0.96	82.7	332.4	4.21	0.00
	Gypsum	$UCS = 7.608BTS^{0.944}$	Power	0.93	79.5	162.6	4.21	0.00
	Claystone	$UCS = 6.135BTS^{1.209}$	Power	0.99	95.7	1148	4.26	0.00
	Conglomerate	$UCS = 7.256e^{0.286BTS}$	Exponential	0.97	95.6	255.4	4.45	0.00
	Shale	$UCS = 9.810BTS^{1.112}$	Power	0.87	30.0	22.8	5.59	0.00
Metamorphic	Marble	$UCS = 7.229BTS + 31.10$	Linear	0.70	48.4	79.7	3.95	0.00
	Quartzite	$UCS = 14.54BTS - 31.97$	Linear	0.77	59.6	22.2	4.54	0.00
	Gneiss	$UCS = 8.782BTS^{1.156}$	Power	0.79	52.9	20.2	4.75	0.00
	Schist	$UCS = 15.95e^{0.136BTS}$	Exponential	0.91	86.9	57.9	4.75	0.00
	Hornfels	$UCS = 79.82e^{0.060BTS}$	Exponential	0.97	92.8	102.6	5.59	0.00
	Serpentinite	$UCS = 11.98BTS - 5.978$	Linear	0.96	92.1	34.8	10.13	0.00

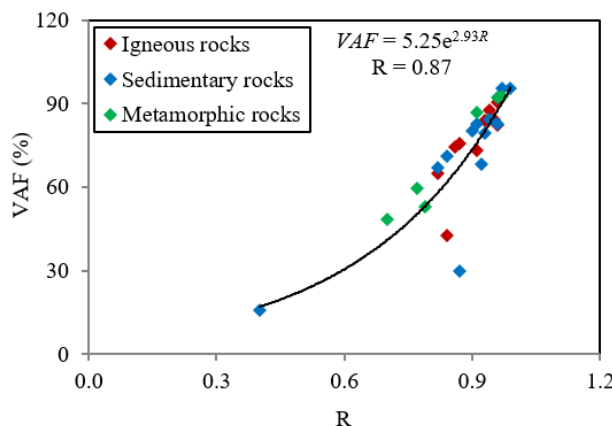
بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین پرداخته شده است. بدین منظور، مقادیر R و VAF ارائه شده در جدول (۳) با استفاده از آنالیز رگرسیون ساده در محیط نرم‌افزار Excel مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتند. چهار نوع مختلف منحنی شامل فرم‌های نمایی، خطی، لگاریتمی و توانی بر داده‌ها برازش داده شدند. منحنی با بیشترین مقدار R به عنوان بهترین منحنی برازش انتخاب شد. مطابق با شکل (۸)، یک معادله تجربی با فرم نمایی بین VAF و R مطابق با رابطه زیر حاصل شد:

$$VAF = 5.25e^{2.93R} \quad R = 0.87 \quad (4)$$

شاخص‌های آماری R و VAF دو معیار کمی برای مقایسه دقت و کارایی دو یا چند معادله تجربی برای برآورد یک پارامتر نامعلوم از یک پارامتر معلوم هستند. به طور معمول مطالعات پیشین نشان داده که یک معادله با R بزرگ‌تر دارای VAF بزرگ‌تری نسبت به دیگر معادله تجربی نیز می‌باشد (آلوارز و بابوسکا، ۱۹۹۹؛ گوک‌اغلو، ۲۰۲۲). هر چه میزان R یا VAF یک معادله در مقایسه با دیگر معادلات بزرگ‌تر باشد دلالت بر دقت و کارایی مناسب‌تر آن در برآورد پارامتر نامعلوم دارد. در پژوهش فعلی، به بررسی رابطه بین R و VAF به دست آمده از معادلات تجربی توسعه داده شده



شکل ۷. مقادیر R و VAF معادلات تجربی بین مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی برزیلین برای انواع سنگ های مختلف
 Fig. 7. Values of the R and VAF obtained from empirical equations between the uniaxial compressive strength and Brazilian tensile strength for various rock types



شکل ۸. رابطه بین R و VAF معادلات تجربی برآورد کننده مقاومت فشاری تک محوری از مقاومت کششی برزیلین
 Fig. 8. Relationship between VAF and R of the predictive empirical equations of the uniaxial compressive strength from Brazilian tensile strength

برای دیاباز معادل با $۸۳/۹$ بوده است که بزرگتر از VAF بازالت ($۸۲/۵$) است. از سوی دیگر برای برخی رده سنگ های رسوبی این قضیه نیز قابل مشاهده است. سنگ آهک مقادیر R و VAF به ترتیب برابر با $۰/۹۲$ و $۶۸/۳$ داشته است در صورتی که این شاخص های آماری برای ماسه سنگ معادل با $۰/۸۴$ و $۷۱/۳$ بوده اند. همچنین کوارتزیت و گنیس در رده سنگ های دگرگونی مقادیر R به ترتیب $۰/۷۷$ و $۰/۷۹$ داشته اند، حال آنکه کوارتزیت یک VAF معادل با

رابطه بین VAF و R یک منحنی نمایی با مقدار R برابر با $۰/۸۷$ را نشان می دهد. این نشان می دهد که وقتی دقت دو معادله تجربی با همدیگر مقایسه می شوند لزوماً R بزرگتر برای یک معادله تجربی همواره معادل VAF بزرگتر برای آن در مقایسه با دیگر معادله تجربی نخواهد بود. برای مثال، از شکل ۷ می توان مشاهده کرد که در رده سنگ های آذرین، معادلات تجربی برای بازالت و دیاباز مقادیر R به ترتیب $۰/۹۶$ و $۰/۹۳$ داشته اند، در صورتی که مقدار VAF

برآورد مقاومت فشاری تک‌محوری از مقاومت کششی برزیلین بودند.

- مقادیر R و VAF دلالت بر این دارد که دقت معادلات تجربی برآورد کننده مقاومت فشاری تک‌محوری با همدیگر متفاوت هستند. دلیل تفاوت در دقت معادلات تجربی عمدتاً ناشی از تفاوت در ماهیت تشکیل سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی با همدیگر است. این منجر به تنوع خصوصیات سنگ‌شناسی (ترکیب کانی‌شناسی و شاخص‌های بافتی) و خصوصیات فیزیکی (چگالی و تخلخل) می‌شود که این به نوبه خود بر رفتار مهندسی سنگ‌ها و بنابراین دقت معادلات بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین تأثیر خواهد داشت.

- آنالیز مقادیر R و VAF نشان داد که معادلات تجربی برای سنگ‌های آذرین در مقایسه با سنگ‌های رسوبی و دگرگونی دارای دقت بهتری در برآورد مقاومت فشاری تک‌محوری هستند.

- در میان انواع رده سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی، معادله تجربی برای تراورتن دقت و بنابراین کارایی به مراتب کمتری برای برآورد مقاومت فشاری تک‌محوری نشان داد. این موضوع به ماهیت به شدت متخلخل تراورتن به دلیل حضور منافذ با اندازه‌های مختلف نسبت داده شد که باعث پراکندگی داده‌های مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین در اطراف منحنی برازش می‌شود. این به نوبه خود باعث کاهش شدید مقادیر (0.40) R و $(15/7)$ درصد VAF و در نتیجه کاهش دقت و کارایی معادله تجربی بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین تراورتن خواهد شد.

- معادلات تجربی توسعه داده شده در مطالعه حاضر، یک بانک جامع اطلاعاتی برای انواع سنگ‌های مختلف آذرین، رسوبی و دگرگونی (در مجموع ۲۸ نوع سنگ) فراهم کرده است. این معادلات می‌توانند برای ارزیابی مقاومت فشاری تک‌محوری از مقاومت کششی برزیلین در مراحل مقدماتی بررسی ساختمان یک پروژه ژئوتکنیکی مانند سد، تونل، راه، نیروگاه و... با دقت قابل قبولی مورد استفاده قرار گیرند. استفاده از معادلات تجربی ارائه شده در مطالعه حاضر، منجر به صرفه‌جویی در زمان و هزینه اجرایی پروژه ژئوتکنیکی خواهند شد.

۵۹/۶ نشان داده است که مقدار آن بزرگ‌تر از VAF گنیس (۵۲/۹) بوده است. به عنوان یک نتیجه، صرفاً استفاده از یک شاخص آماری R یا VAF برای مقایسه دقت دو معادله تجربی بین مقاومت فشاری تک‌محوری می‌تواند گمراه کننده باشد. بنابراین لازم است که این دو شاخص آماری به صورت همزمان در تجزیه و تحلیل دقت معادلات تجربی مورد استفاده قرار گیرند.

۴- نتیجه‌گیری

در پژوهش فعلی، یک مطالعه مروری جامع روی مقالات منتشر شده در پایگاه‌های معتبر ملی و بین‌المللی در یک بازه زمانی ۵۲ ساله (از سال ۱۹۷۲ تا ۲۰۲۴ میلادی) انجام شد. داده‌های مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین انواع سنگ‌های متعلق به رده‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی موجود در مقالات استخراج و به صورت یک بانک جامع اطلاعاتی در محیط نرم‌افزار Excel وارد شدند. در مجموع، ۱۸۰۳ داده جمع‌آوری شد که از این تعداد، ۶۳۰، ۱۰۲۷ و ۱۴۶ داده به ترتیب مربوط به رده سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی بودند. همچنین رده‌های سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی به ترتیب شامل ۱۰، ۱۲ و ۶ نوع سنگ مختلف بودند. معادلات تجربی بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی برزیلین برای انواع مختلف سنگ‌ها از طریق آنالیزهای رگرسیون ساده توسعه داده شدند و مقادیر ضریب همبستگی (R) و ارزش حسابی (VAF) برای هر کدام از معادلات تجربی تعیین شدند. از سوی دیگر آزمون F فیشر برای معادلات تجربی برآورد کننده مقاومت فشاری تک‌محوری از مقاومت کششی برزیلین انجام شد. به طور کلی، نتایج مطالعه حاضر را می‌توان در موارد زیر خلاصه کرد.

- بر اساس نتایج آزمون F فیشر، مقدار F محاسبه شده معادلات تجربی برای تمامی انواع سنگ‌ها مقادیر بزرگ‌تری از مقادیر F موجود در جدول‌های آماری نشان داد. به عنوان یک نتیجه، معادلات تجربی دارای صحت کافی برای برآورد مقاومت فشاری تک‌محوری از مقاومت کششی برزیلین هستند.

- بر اساس انواع منحنی‌های برازش شده روی داده‌ها، فرم‌های توانی، توانی و خطی به ترتیب برای رده سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی کارآمدترین معادلات تجربی برای

References

- AASHTO (1996) Standard specifications for highway bridges. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, DC.
- Aghda, S. M. F., Kianpour, M., Mohammadi, M. (2018) Estimation of uniaxial compressive strength and modulus of deformability of the Asmari limestone, using Neuro-Fuzzy system. *Iranian Journal of Science and Technology*, 42: 2005–2020.
- Ahmed, W., Ahmad, N., Janjuhah, H. T., Islam, I., Sajid, M., Kontakiotis, G. (2023) The evaluation of non-destructive tests for the strength and physical properties of granite, marble, and sandstone: a case study from North Pakistan. *Quaternary*, 6: 4.
- Ajalloeian, R., Jamshidi, A., Khorasani, R. (2024) Evaluating the effects of mineral grain size and temperatures. *ASTM International*, West Conshohocken.
- Diamantis, K., Fereidooni, D., Khajevand, R., Migiros, G. (2021) Effect of textural characteristics on engineering properties of some sedimentary rocks. *Journal of Central South University*, 28: 926–938.
- Fereidooni, D. (2016) Determination of the geotechnical characteristics of hornfelsic rocks with a particular emphasis on the correlation between physical and mechanical properties. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 49: 2595–2608.
- Gokceoglu, C. (2022) A fuzzy triangular chart to predict the uniaxial compressive strength of the Ankara agglomerates from their petrographic composition. *Engineering Geology*, 66: 39–51.
- Heidari, M., Mohseni, H., Jalali, S. H. (2018) Prediction of uniaxial compressive strength of some sedimentary rocks by fuzzy and regression models. *Geotechnical and Geological Engineering*, 36: 401–412.
- Hudyma, N., Avar, B. B., Karakouzian, M. (2004) Compressive strength and failure modes of lithophysae-rich Topopah Spring Tuff specimens and analog models containing cavities. *Engineering Geology*, 73: 179–190.
- ISRM (1981) In: Brown ET (ed) ISRM suggested: rock characterization, testing and monitoring methods. Pergamon, Oxford.
- Jobli, A. F., Hampden, A. Z., Tawie, T. (2017) The role of ultrasonic velocity and Schmidt hammer hardness - The simple and economical non-destructive test for the evaluation of mechanical properties of weathered granite. *AIP Conference Proceedings*, 1875:030005.
- Kahraman, S., Fener, M., Gunaydin, O. (2016) Estimating the uniaxial compressive strength of pyroclastic rocks from the slake durability index. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 76(3): 1107–1115.
- mineralogical composition on the correlated equations between strength and Schmidt hardness of granitic rocks. *Geotechnical and Geological Engineering*, 42: 675–685.
- Akbay, D. (2023) Investigating the accuracy of specimen shape for point load index test in predicting the uniaxial compressive strength for rocks using regression analysis and machine learning. *Mining, Metallurgy and Exploration*, 40: 2107–2115.
- Alvarez, G. M., Babuska, R. (1999) Fuzzy model for the prediction of unconfined compressive strength of rock samples. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 36: 339–349.
- ASTM D7012–14 (2014) Standard test methods for compressive strength and elastic moduli of intact rock core specimens under varying states of stress.
- Kallu, R., Roghanchi, P. (2015) Correlations between direct and indirect strength test methods. *International Journal of Mining Science and Technology*, 25(3): 355–360.
- Khajevand, R. (2023a) Prediction of the uniaxial compressive strength of rocks by soft computing approaches. *Geotechnical and Geological Engineering*, 41: 3549–3574.
- Khajevand, R. (2023b) Determining Dry and Saturated Strength of Rocks by Using the Schmidt Hammer. *Iranian Journal of Science*, 47: 779–790.
- Kianpour, M., Sayari, M., Oromiea, A. (2012) A fuzzy model to predict the uniaxial compressive strength and the modulus of elasticity of Shemshak Formation Shales. *Scientific Quarterly Journal of Geosciences*, 21(83): 103–110 (in Persian with English abstract).
- Lashkaripour, G. R. (2002) Predicting mechanical properties of mudrock from index parameters. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 61: 73–77.
- Malik, M. H., Rashid, S. (1997) Correlation of some engineering geological properties of the Murree formation at lower Topa (Murree district), Pakistan. *Geological Bulletin*, 30: 69–81.
- Malkawi, D. A., Rabab'ah, S. R., Sharo, A. A., Aldeeky, H., Al-Souliman, G. K., Saleh, H. O. (2023) Enhancing of uniaxial compressive strength of travertine rock prediction through machine learning and multivariate analysis. *Results in Engineering*, 20: 101593.
- Mishra, D. A., Basu, A. (2012) Use of the block punch test to predict the compressive and tensile strengths of rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 51: 119–127.
- Najibi, A. R., Ghafoori, M., Lashkaripour, G. R., Asef, M. R. (2015) Empirical relations between strength static and dynamic elastic properties of Asmari and Sarvak limestones, two main oil

- reservoirs in Iran. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 126: 78–82.
- Rabat, A., Cano, M., Tomas, R., Tamayo, A.E., Alejano, L. R. (2020) Evaluation of strength and deformability of soft sedimentary rocks in dry and saturated conditions through needle penetration and point load tests: a comparative study. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 53 (6): 2707–2726.
- Sharma, L. K., Vishal, V., Singh, T. N. (2017) Developing novel models using neural networks and fuzzy systems for the prediction of strength of rocks from key geomechanical properties. *Measurement*, 102: 158–169.
- Tugrul, A., Gurpinar, O. (1997) A proposed weathering classification for basalts and their engineering properties (Turkey). *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 55: 139–149.
- Tugrul, A., Zarif, I. H. (1999) Correlation of mineralogical and textural characteristics with engineering properties of selected granitic rocks from Turkey. *Engineering Geology*, 51(4): 303–317.
- Valido, J., Caceres, J. M., Sousa, L. (2024) Mechanical properties of ignimbrites of Tenerife Island employed as building stone and their correlation with some physical properties. *Journal of Building Engineering*, 82: 108222.
- Yilmaz, I., Yuksek, G. (2009) Prediction of the strength and elasticity modulus of gypsum using multiple regression, ANN, and ANFIS models. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 46: 803–810.
- Zalooli, A., Khamsehchiyan, M., Nikudel, M. R., Jamshidi, A. (2017) Deterioration of travertine samples due to magnesium sulfate crystallization pressure: Examples from Iran. *Geotechnical and Geological Engineering*, 35: 463–473.
- Zhang, J., Shen, Y., Yang, G., Zhang, H., Wang, Y., Hou, X., Sun, Q., Li, G. (2021) Inconsistency of changes in uniaxial compressive strength and P-wave velocity of sandstone after temperature treatments. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 13: 143–153.
- Zorlu, K., Ulusay, R., Ocakoglu, F., Gokceoglu, C., Sonmez, H. (2004) Predicting intact rock properties of selected sandstones using petrographic thin-section data. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41: 93–98.