

## پیش‌بینی عیار طلا در معدن زرشوران تکاب با استفاده از روش‌های رگرسیون خطی و غیرخطی

ریحانه علی‌محمدی<sup>۱</sup> و فریدون قدیمی<sup>۲\*</sup>

۱- دانش‌آموخته کارشناسی‌ارشد، گروه مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اراک، اراک

۲- دانشیار گروه مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اراک، اراک

نویسنده مسئول: [ghadimi@Arakut.ac.ir](mailto:ghadimi@Arakut.ac.ir)\*

نوع مقاله: کاربردی

پذیرش: ۹۹/۵/۲۷

دریافت: ۹۹/۳/۲۰

## چکیده

در اکتشاف کانسارهای پنهان، عناصر ردیاب نقش مهمی ایفا می‌کنند. اطلاعات حاصل از عناصر کمیاب در توصیف کیفی کانسارها قابل توجه بوده و از این نظر، عناصر جیوه، آرسنیک و آنتیموان مهم‌ترین عناصر ردیاب در اکتشاف طلای اپی‌ترمال هستند. با توجه به اندازه‌گیری غلظت ۳۵ عنصر و ۱۰۸ نمونه از کانسار اپی‌ترمال طلای زرشوران، اهمیت عناصر ردیاب در تخمین طلا به خوبی مشخص شد. انتخاب عناصر ردیاب با توجه به روش‌های آماری چندمتغیره (تحلیل عاملی و تحلیل خوشه‌ای) جهت پیش‌بینی عیار عنصر طلا صورت گرفت. این تحلیل‌ها نشان داد عناصر نقره، آرسنیک، کادمیوم، سرب، طلا، آنتیموان و روی همبستگی مثبت قوی نسبت به هم دارند. براساس مدل‌های رگرسیون خطی و غیرخطی چند متغیره، معادلات و عناصر برای پیش‌بینی عیار طلا و نقره مورد تحلیل و آزمون آماری قرار گرفتند. ضریب همبستگی، آزمون فیشر، آزمون  $t$  استیودنت و سطح احتمال نشان دادند که عناصر کادمیوم، آرسنیک و آنتیموان برای پیش‌بینی طلا و عناصر آرسنیک، کادمیوم، سرب و آنتیموان برای پیش‌بینی نقره مناسب‌اند. علاوه بر این، مدل رگرسیون غیرخطی نمایی برای پیش‌بینی، مناسب‌تر تشخیص داده شد. اگر چه مدل‌های رگرسیونی پیشنهادی برای منطقه کوچکی مورد استفاده قرار گرفت ولی می‌تواند در مقیاس ناحیه‌ای و هم‌چنین در تمام مراحل اکتشاف و در ترکیب با سایر روش‌ها در اکتشاف کانسارها مفید واقع شوند.

واژه‌های کلیدی: عناصر ردیاب، تحلیل عاملی، تحلیل خوشه‌ای، تحلیل رگرسیونی، طلای زرشوران

## پیشگفتار

مطالعات ژئوشیمیایی برای اکتشاف این نوع طلا در ایران جایگاه خاصی دارد (نظرپور، ۲۰۱۶). مطالعات ژئوشیمی زیرسطحی نشان می‌دهد که عناصر  $Hg$  و  $As$ ،  $Au$  و  $Pb$  در پهنه کانساری و عناصر  $Zn$  و  $Ag$  در پهنه تحت کانساری و عنصر  $Cu$  در پهنه فوق کانساری از وفور بیش‌تری برخوردار است (شکوه سلجوقیان و هزارخانی، ۲۰۱۹). کانی‌سازی طلا در کانسار طلای زرشوران با کانسارهای طلای اپی‌ترمال پراکنده در سنگ‌های رسوبی (تیپ کارلین) مشابهت زیادی داشته و می‌توان از آن‌ها به عنوان الگو در اکتشاف منطقه‌ای شمال تکاب استفاده کرد (اسدی، ۲۰۰۰؛ علی‌یاری و همکاران، ۲۰۱۷؛ نظرپور، ۲۰۱۸؛ یوسفی و همکاران، ۲۰۱۹). روش‌های رگرسیونی روش‌های ساده‌ای هستند که در پیش‌بینی و تخمین عیار عنصر طلا استفاده شده‌اند (نظرپور و همکاران، ۲۰۱۵؛ یزدانی و همکاران، ۱۳۹۷). تحلیل‌های رگرسیونی قدیمی‌ترین و در عین حال متداول‌ترین روش‌های آماری بوده که به عنوان مدل‌های پیش‌بینی در علوم مختلف از

عناصر ردیاب عناصری هستند که ارتباط نزدیکی با عناصر مورد اکتشاف داشته و در سطح وسیعی به صورت هاله ژئوشیمیایی اولیه و ثانویه گسترش یافته و به راحتی قابل تجزیه شیمیایی هستند (لوین سون، ۱۹۷۴؛ اوتا و همکاران، ۲۰۰۵؛ محمدی و هزارخانی، ۱۳۹۴). عناصر ردیاب نقش مهمی در اکتشاف کانسارهای عمیق و پنهان دارند. عناصر مورد نظر که عمدتاً در کانسارهای اپی‌ترمال و کانسارهای تیپ کارلین نقش داشته شامل  $Hg$ ،  $As$  و  $Sb$  هستند (سامال و همکاران، ۲۰۰۸؛ تابانابایی و همکاران، ۲۰۱۵). نهشته‌های طلای نوع اپی‌ترمال به دلیل ذخیره نسبتاً زیاد، امکان بهره‌برداری به روش روباز و کانی‌شناسی ساده در تغلیظ آسان، توجه شرکت‌های معدنی زیادی را به خود جلب نموده است (نظرپور و همکاران، ۲۰۱۳). کانسارهای طلای اپی‌ترمال تیپ کارلین که کانی‌سازی زرشوران از این نوع است، در دو دهه اخیر از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. انجام

مهم‌ترین مرحله با تشکیل سیلیس توده‌ای همراه با آلتراسیون آرژیلیک است. آخرین مرحله، رگه‌ای شدن و تشکیل کانسار اصلی آرسنیک در امتداد گسل‌ها است. این ویژگی خاص کانسارهای طلای کارلین با سنگ میزبان رسوبی است (مهرابی و همکاران، ۱۹۹۹). هم‌چنین کانی‌سازی حاصل نفوذ محلول‌های هیدروترمال در واحد زرشوران به دلیل شرایط احیاء و چرخه آب تحت فشار در طبقات بالایی تشکیل شده است (اسدی هارونی، ۲۰۰۰).

#### روش تحقیق

تعداد ۱۰۸ نمونه پودری از منطقه تهیه و نمونه‌ها برای تجزیه ۳۵ عنصری به آزمایشگاه زرآما ارسال شد. عبار عناصر به روش تجزیه چهار اسید ( $HClO_4$ ,  $HCl$ ,  $HF$ ) و  $HNO_3$  و خوانش با دستگاه  $ICP-MS$  صورت گرفت. غلظت  $Au$  به روش روش فایر اسی<sup>۱</sup> تعیین گردید. در این روش، ۳۰ گرم از نمونه تا دمای ۱۱۰۰ درجه سانتی‌گراد ذوب شد. در این حالت  $Au$  و فلزات گرانبها مشتمل بر پلاتین و پالادیوم از سرباره جدا شده و جذب ملغمه سربی می‌گردد. سرب در مرحله کوپلاسیون حذف و فلزات گرانبها در ملغمه نقره‌ای جدا می‌شود. در پایان ملغمه نقره‌ای با استفاده از آکوارجیا محلول‌سازی شده و با استفاده از  $ICP$  تعیین می‌گردد.

پس از اخذ داده‌ها از آزمایشگاه، درصد خطای آزمایشگاه با نمونه‌های تکراری و با خطای زیر ۱۰ درصد کنترل، داده‌های سنسورد و داده‌های خارج از رده کنترل و جایگزینی صورت گرفت. هم‌چنین جهت استفاده از آمار چندمتغیره، داده‌ها نرمال و استاندارد گردیدند. با توجه به ضریب همبستگی، تحلیل‌های عاملی و خوشه‌ای، عناصر هم گروه با  $Au$  و  $Ag$  شناسایی و جهت پیش‌بینی  $Au$  و  $Ag$  به کار گرفته شد. شناسایی عناصر دارای همبستگی قوی با  $Au$  و  $Ag$  با بررسی ضریب رگرسیون ( $R$ )،  $t$  استیودنت، آزمون فیشر ( $F$ ) و آماره سطح احتمال ( $p$ -value) انجام گرفت.

#### مدل‌های رگرسیون

**رگرسیون خطی:** در تحلیل رگرسیون، عناصری چون  $Au$  و  $Ag$  به عنوان متغیر وابسته و عناصر ردیابی چون

جمله علوم‌زمین کاربرد دارند. تحلیل‌های رگرسیونی چند متغیره خطی و غیرخطی جهت درک ارتباط دو یا چند متغیر ارزشمند هستند. موضوع اصلی از رگرسیون چند متغیره، ارتباط بین چند متغیر مستقل و یک متغیر وابسته است. مدل‌های رگرسیونی به توصیف داده‌ها، برآورد پارامترهای ناشناخته، برآورد متغیر وابسته و کنترل کیفی می‌پردازند (رضایی و همکاران، ۲۰۱۵؛ رشیدنژاد عمران و همکاران، ۲۰۱۵). جهت برآورد متغیر وابسته به مجموعه‌ای از متغیرهای مستقل نیاز بوده تا در مدل‌سازی رگرسیونی ارتباط بین متغیرهای مستقل و وابسته به دست آید. استفاده از روش‌های آماری چند متغیره نظیر تحلیل عاملی، تحلیل خوشه‌ای و تحلیل همبستگی جهت انتخاب عناصر ردیاب و هم‌چنین ارائه مدل‌های رگرسیون خطی و غیرخطی جهت پیش‌بینی عبار طلا در نهایت انتخاب بهترین متغیر جهت پیش‌بینی با استفاده از آزمون‌های فیشر،  $t$  استیودنت و سطح احتمال در کانسارهای عمیق و پنهان از اهداف این مقاله است.

#### مواد و روش‌ها

##### موقعیت و زمین‌شناسی منطقه کانسار

کانسار طلای زرشوران در استان آذربایجان غربی و در ۵۰ کیلومتری شمال تکاب واقع شده است. سنگ میزبان در کانسار طلای زرشوران را واحد شیلی زرشوران تشکیل داده که تناوبی از آهک، شیل‌سیاه، دولومیت و ماسه‌سنگ آهکی است (شکل ۱) (رحیم‌سوری و همکاران، ۱۳۹۲؛ مهرابی و همکاران، ۱۹۹۹). مهم‌ترین عامل کنترل کانی‌زایی را دو عامل چینه‌ای و تکتونیکی تشکیل داده که واحد شیلی-کربناتی به عنوان عامل چینه‌ای و سنگ میزبان مناسب و گسل‌های با امتداد شرقی-غربی به عنوان عامل تکتونیکی در آن دخالت داشته‌اند. کانی‌سازی اصلی در محل تقاطع گسل‌ها اتفاق افتاده است. طلا در اندازه میکرون تا آنگستروم، اورپیمنت، رآلگاره، استینیت، سینابر، باریت و پیریت مجموعه کانی‌های کانسار زرشوران را تشکیل داده‌اند. آلتراسیون هیدروترمالی در شیل‌های سیاه و سنگ‌آهک‌های اطراف کانی‌سازی عبارتند از: سیلیسی، آرژیلیتی، دولومیتی و اکسیداسیون. مرحله اول کانی‌سازی با خروج کربنات و جایگزینی سیلیس در سنگ میزبان همراه بوده است.

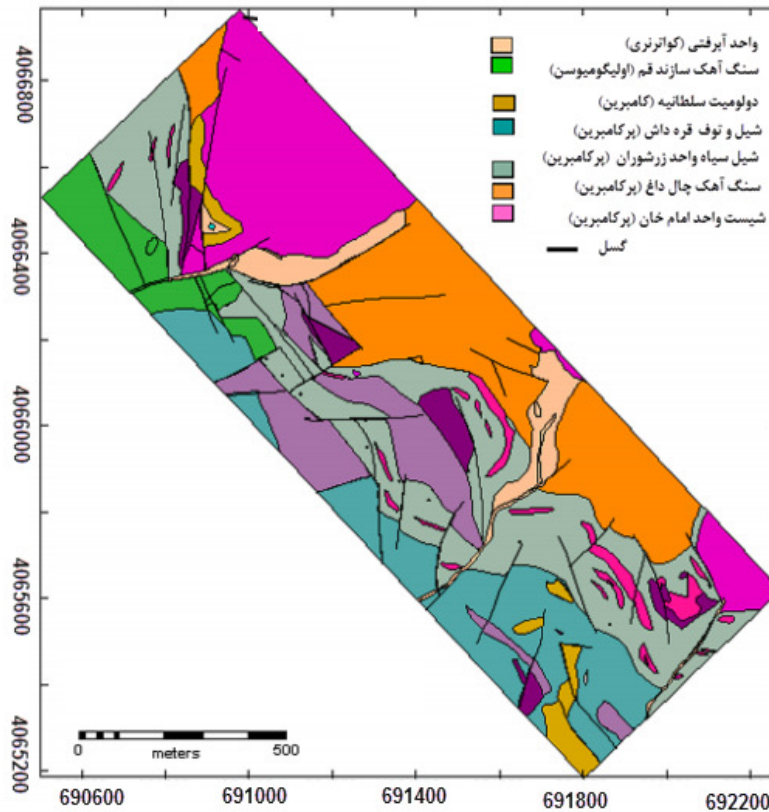
<sup>1</sup> Fire Assay

است. از طرفی با مقایسه اندازه ضرایب  $B$  با هم دیگر اولویت و میزان تاثیر هر یک از عوامل مشخص می‌شود (رضایی و همکاران، ۱۳۸۷؛ جانسون و ویچرن، ۲۰۰۲). برای مثال، اگر  $B_3$  بزرگ‌ترین اندازه را داشته باشد، لذا تاثیر عامل  $X_3$  بر متغیر وابسته از همه بیش‌تر است. همچنین، علامت ضرایب هم بر تغییرات متغیر وابسته تاثیر گذارند. برای مثال، اگر علامت  $B_2$  منفی باشد، نشان دهنده این است که با افزایش  $X_2$  مقدار متغیر وابسته کاهش می‌یابد (رضایی‌پژند و بزرگ‌نیا، ۱۳۸۱).

$As$ ،  $Sb$  و غیره به عنوان متغیرهای مستقل در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین، معادله رگرسیون چندمتغیره به صورت رابطه (۱) است.

$$Y = B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 + B_3x_3 + B_4x_4 + \dots \quad (1)$$

که  $X$  متغیرهای مستقل نظیر عناصر ردیاب و  $B$  ضرایب متغیرهای مستقل بوده که با معیار حداقل مربعات تعیین می‌شود. مقدار حاصله برای  $B_0$  بیانگر مقادیر پیش‌بینی شده  $Y$  با ثابت ماندن مقادیر  $X$  است (رضایی‌پژند و بزرگ‌نیا، ۱۳۸۱). برای مثال،  $B_2$  بیانگر مقادیر پیش‌بینی شده با تغییر  $X_2$  در صورت ثابت ماندن  $X$  های دیگر



شکل ۱. نقشه زمین‌شناسی کانسار زرشوران (نظرپور و همکاران، ۲۰۱۳)

متغیرهای مرتبط پی برد. برای مثال، اگر اندازه  $C_3$  از  $C$  های دیگر بیش‌تر باشد، تاثیر عامل  $X_3$  بر متغیر وابسته از دیگر متغیرهای مستقل بیش‌تر است. تاثیر علامت ثابت  $C$  همانند ثابت  $B$  در مدل رگرسیون خطی است (رضایی و همکاران، ۱۳۸۷). برای مقایسه دقت پیش‌بینی از معیار مجذور مربع خطا استفاده شد (رابطه ۳).

$$MSE = \frac{1}{n} \sum (Y_{\text{real}} - Y_{\text{est}})^2 \quad (3)$$

رگرسیون غیرخطی: رگرسیون غیرخطی مدل‌های مختلفی دارد که می‌توان به مدل‌های  $X^2$ ،  $X^3$ ،  $X^4$ ،  $X^5$ ،  $\frac{1}{x}$ ،  $10^x$ ،  $e^x$ ،  $\ln(x)$ ،  $\log(x)$ ،  $SQR(x)$ ،  $\ln(x)$  اشاره نمود. مدلی از رگرسیون غیرخطی در رابطه (۲) نشان داده شده است.

$$Y = c + c_1e^{x_1} + c_2e^{x_2} + c_3e^{x_3} + \dots \quad (2)$$

که در آن  $c$  ضریب ثابت (همانند  $B$  در رگرسیون خطی) و  $X$  عناصر ردیاب است. از مقایسه اندازه ضرایب رگرسیون غیرخطی، ثابت  $C$ ، می‌توان به اولویت تاثیر

متغیرهای جدید (عامل) که محصول ترکیب خطی متغیرهای اولیه هستند بین خود همبستگی نشان نمی‌دهند (ری من و فیلموسر، ۲۰۰۰؛ جولیف، ۲۰۰۲). این امر کاربرد روش مورد نظر را آسان می‌کند. با توجه به مقدار ویژه یک (کیزر، ۱۹۸۵) در نمودار پله‌ای پنج عامل شناسایی شد (شکل ۲ و جدول ۲).

از بین ۵ عامل انتخاب شده، عامل اول بیش‌ترین واریانس را داشته و بخش زیادی از تغییرپذیری را به تنهایی توجیه نموده است. واریانس عامل اول ۳۹/۰۲ درصد، عامل دوم ۲۸/۵۸ درصد و عامل سوم ۸/۲۱ درصد از کل تغییرپذیری را دارا است. نقش متغیرها در عامل‌ها نشان داد عامل دوم شامل عناصر *Ag, As, Cd, Pb, Sb, Mg* و *Zn* و *Au* است (جدول ۳).

تحلیل خوشه‌ای<sup>۳</sup> یکی از روش‌های چندمتغیره بوده که هدف از آن دست یافتن به ملاکی برای طبقه‌بندی هر چه مناسب‌تر متغیرها و یا نمونه‌ها بر اساس تشابه هر چه بیش‌تر درون‌گروهی و اختلاف هر چه بیش‌تر بین‌گروهی است (رضایی و همکاران، ۱۳۸۷). ملاک شباهت ضریب همبستگی و الگوریتم خوشه‌بندی روش وارد<sup>۴</sup> و فاصله پیرسون<sup>۵</sup> است (شکل ۳). با توجه به فاصله اتصال یک، پنج خوشه تفکیک شده که در آن خوشه پنجم (*C5*) شامل عناصر *Ag, Pb, Sb, As, Cd, Zn, Au* است که منطبق بر تحلیل عاملی است.

### رگرسیون چندمتغیره

رگرسیون یک روش آماری برای بررسی و مدل‌سازی رابطه بین متغیرها است. هدف در تجزیه رگرسیون برآورد پارامترهای مجهول، پیش‌بینی و برآورد متغیر وابسته و کنترل کیفی در مدل است (رضایی‌پژند و بزرگ‌نیا، ۱۳۸۱). هدف از بکارگیری روش رگرسیون، یافتن ارتباط منطقی بین متغیرهای وابسته و مستقل می‌باشد. در این بررسی عناصر *Au* و *Ag* به عنوان متغیرهای وابسته و عناصر *Zn, As, Cd, Pb* و *Sb* به عنوان متغیر مستقل انتخاب شد. ماتریس همبستگی *Au* با *Zn, Pb, As, Cd* و *Sb* نشان داد همبستگی *Au* با *Zn, As, Cd* و *Sb* بالای ۰/۷۰ و با *Pb* کمتر از ۰/۷۰ است. با توجه به ماتریس همبستگی، متغیر وابسته *Au* و متغیرهای مستقل *Zn*

در رابطه (۳)،  $N$  تعداد داده‌های تخمین زده شده با روش رگرسیون،  $Y_{real}$  مقدار متغیر واقعی و  $Y_{est}$  مقدار تخمین زده شده است. مجذور مربع خطا ( $MSE$ ) بین صفر و یک متغیر است. هرچه مقدار مجذور مربع خطا کوچک‌تر باشد، تخمین بالاتر است.

### نتایج و بحث

#### بررسی‌های آماری تک متغیره

پارامترهای آماری نظیر میانگین، میانه، حداقل، حداکثر، چولگی و کشیدگی عناصر در جدول ۱ ارائه گردیده است. جهت استفاده از روش‌های آماری چندمتغیره از قبیل تحلیل عاملی و تحلیل خوشه‌ای لازم است از داده‌های استاندارد استفاده شود. از طرفی داده‌ها بایستی نرمال و با توجه به این که واحدهای پارامترها متغیر بوده (برحسب  $ppm$  و  $ppb$ ) استاندارد گردید (آیچیسون، ۱۹۸۶). مناسب‌ترین تبدیلات شامل تبدیلات خانواده لگاریتم نسبتی است. تبدیل لگاریتم نسبتی ایزومتریک<sup>۱</sup> (رابطه ۴) ضمن استاندارد و نرمال شدن داده‌ها، مشکل داده‌های خارج از رده را نیز مرتفع می‌کند (رضایی‌پژند و بزرگ‌نیا، ۱۳۸۱).

$$ilr(x) = \sqrt{\frac{I}{2}} \ln\left(\frac{x_i}{x_j}\right) \quad (4)$$

در روابط فوق  $x$  مقدار اولیه داده‌ها و  $x_j$  میانگین هندسی داده‌ها است.

#### بررسی‌های آماری چندمتغیره

تحلیل عاملی<sup>۲</sup> بین مجموعه‌ای متشکل از متغیرهای گوناگون که به ظاهر بی‌ارتباط هستند، رابطه خاصی را تحت یک مدل فرضی برقرار می‌کند. بنابراین از اهداف اصلی روش تحلیل عاملی، کاهش ابعاد داده‌ها است. فرض اساسی در به کارگیری این روش، وجود الگویی زیر بنایی یا مدلی خطی در تعیین مفاهیم پیچیده ارتباطی بین متغیرها است. این ارتباط در قالب یک عامل در این مدل فرضی ظاهر می‌شود. با اعمال تحلیل عاملی ابعاد داده‌ها از تعداد زیادی عنصر به تعداد کم‌تری عامل کاهش پیدا می‌کند. این عوامل دارای دو خاصیت مهم هستند: الف) بخش اعظم تغییرپذیری را توجیه می‌کنند. ب)

<sup>3</sup> Cluster analysis

<sup>4</sup> Ward method

<sup>5</sup> Pearson r

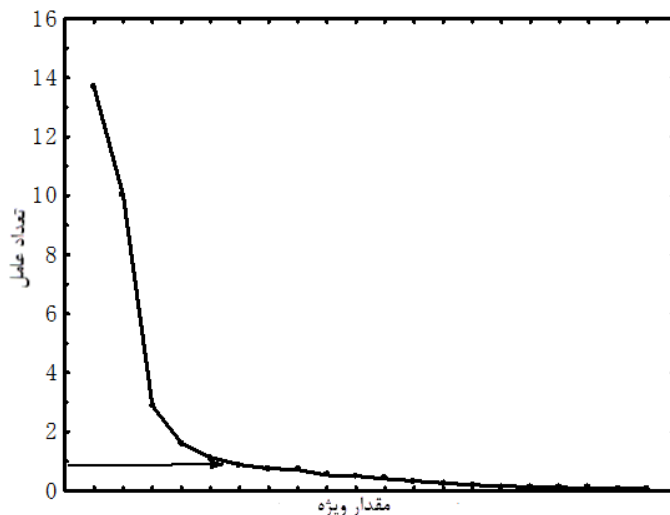
<sup>1</sup> Isometric logratio (ilr)

<sup>2</sup> Factor analysis

(۵)  $Au = -2/25As + 2/54Cd + 0/20Sb + 0/18Zn$   $Sb$  و  $Cd$  تعیین شد (جدول ۴). بنابراین، معادلهٔ رگرسیون چند متغیره خطی آن طبق رابطهٔ (۵) است (جدول ۵).

جدول ۱. خلاصه آمار داده‌های کانسار زرشوران (کلیهٔ عناصر به ppm و طلا به ppb)

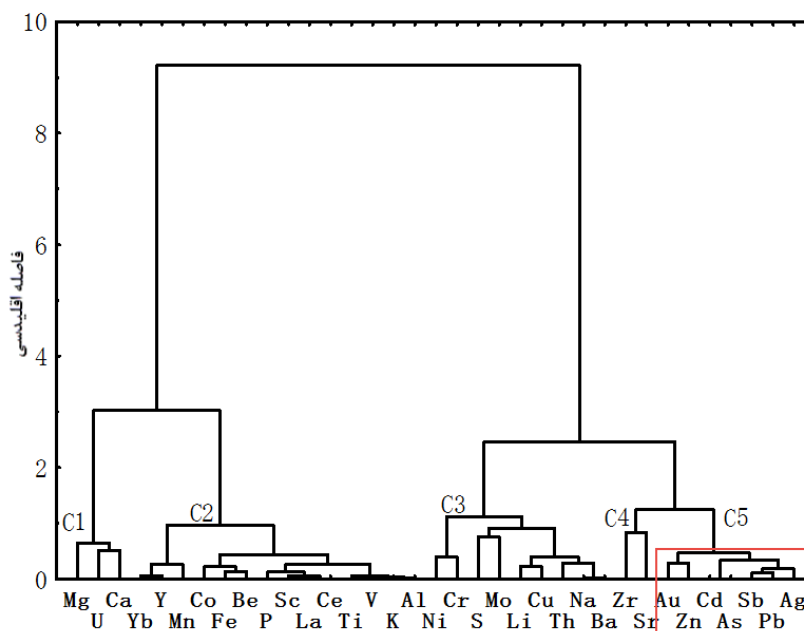
متغیر	میانگین	میانه	حداقل	حداکثر	انحراف معیار	چولگی	کشیدگی
Ag	۱/۷۹	۰/۲۶	۰/۲۰	۸/۵۰	۲/۸۸	۱/۶۱	۰/۹۳
Al	۴۰۰۵۵	۳۶۱۰۴	۶۵۷	۹۵۲۲۲	۲۹۸۶۳	۰/۲۶	-۱/۳۷
As	۲۲۹۱	۷۲۹	۲۹	۱۰۹۷۵	۲۹۳۸	۱/۶۸	۲/۱۵
Ba	۴۳۵	۳۳۳	۱۳	۱۱۰۹	۳۴۵	۱/۰۱	-۰/۲۰
Be	۰/۹۱	۰/۷۰	۰/۱۵	۲/۳۰	۰/۶۳	۰/۶۹	-۰/۷۹
Bi	۰/۳۸	۰/۳۸	۰/۳۸	۰/۴۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰
Ca	۹۳۰۷۷	۸۳۰۷۶	۲۵۵۲	۲۵۵۶۴۰	۷۴۹۵۹	۰/۳۹	-۰/۱۱
Cd	۷۶/۵۴	۲۳/۱۵	۰/۷۰	۳۶۶	۹۸/۱۶	۱/۶۶	۲/۱۰
Ce	۳۶/۹۴	۳۲/۰۰	۵/۰۰	۱۱۰	۲۵/۰۲	۰/۵۴	-۰/۷۴
Co	۱۰/۶۶	۱۰	۰/۷۵	۳۳	۷/۵۷	۰/۵۵	-۰/۲۷
Cr	۸۳	۷۶	۷	۲۴۷	۵۵	۱/۲۳	۱/۹۵
Cu	۳۶	۲۸	۰/۷۵	۸۹	۲۹	۰/۸۰	-۰/۶۷
Fe	۲۵۸۲۰	۲۳۱۰۳	۲۵۵۹	۷۳۵۲۱	۱۴۲۸۷	۰/۳۵	-۰/۳۵
K	۱۴۶۴۲	۱۵۱۳۰	۲۶۳	۳۳۲۴۵	۱۰۵۰۷	۰/۱۸	-۱/۳۵
La	۱۹	۱۶	۲	۶۳	۱۳	۰/۶۱	-۰/۴۱
Li	۲۴	۱۹	۰/۷۵	۷۵	۲۰	۰/۸۴	-۰/۳۳
Mg	۱۱۳۹۷	۵۳۰۱	۲۲۲	۳۳۷۵۹	۱۱۷۱۹	۰/۸۶	-۰/۸۸
Mn	۶۳۱	۶۲۵	۲۴	۲۰۹۴	۴۸۵	۰/۴۴	-۰/۶۸
Mo	۰/۹۷	۰/۹۶	۰/۸۰	۱/۳۰	۰/۱۰	۱/۰۸	۱/۷۴
Na	۲۶۰۴	۲۱۴۴	۱۸۲	۶۳۰۱	۱۸۹۴	۰/۹۴	-۰/۲۰
Ni	۵۳	۴۵	۶	۱۸۷	۴۲	۱/۵۲	۲/۳۱
P	۳۷۹	۳۶۳	۷۲	۱۱۰۳	۲۳۵	۰/۴۲	-۰/۶۳
Pb	۶۶۴	۷۹	۷	۲۶۷۵	۹۷۵	۱/۲۹	۰/۰۱
S	۲۲۸۲	۱۵۴۰	۵۶	۷۸۷۷	۲۳۱۸	۱/۲۸	۰/۷۰
Sb	۵۶	۱۱	۰/۹۵	۲۰۷	۷۷	۱/۲۱	-۰/۲۳
Sc	۷	۶	۰/۳۷	۱۷	۵	۰/۳۰	-۱/۳۵
Sr	۶	۶	۳	۱۵	۳	۱/۵۰	۱/۹۹
Th	۱۲	۱۱	۴/۹۰	۳۷	۶/۸۰	۲/۰۰	۳/۹۶
Ti	۵۸۲۳	۴۰۲۳	۳۲	۷۶۳۳	۱۷۷۹	۰/۴۰	-۰/۶۷
U	۰/۰۳	۳/۰۵	۱/۸۰	۴/۳۰	۰/۴۸	۰/۱۵	-۰/۰۹
V	۶۵	۵۹	۵	۱۶۷	۴۸	۰/۴۷	-۱/۱۲
Y	۱۱	۱۱	۲	۲۴	۶	۰/۳۷	-۰/۶۹
Yb	۱/۴۱	۱/۴۰	۰/۳۰	۲/۷۰	۰/۵۵	۰/۰۲	-۰/۴۲
Zn	۸۲۰	۳۱۸	۰/۷۵	۴۱۰۰	۱۱۰۹	۱/۷۳	۲/۱۷
Zr	۱۲	۶	۳/۷۵	۶۲	۱۳	۱/۹۳	۳/۰۶
Au	۱۲۱	۳۶	۴	۱۴۵۸	۲۲۰	۲/۵۲	۱۵/۲۸



شکل ۲. نمودار پله‌ای برای تعیین تعداد عامل‌ها در کانساز زرشوران

جدول ۲. میزان واریانس عامل‌های به دست آمده از تحلیل عاملی در کانساز زرشوران

روش استخراج مقادیر ویژه مولفه اصلی				
عامل	مقدار ویژه	مقدار ویژه تجمعی	واریانس %	واریانس تجمعی %
۱	۱۳/۶۵	۱۳/۶۵	۳۹/۰۲	۳۹/۰۲
۲	۱۰	۲۳/۶۶	۲۸/۵۸	۶۷/۶۰
۳	۲/۸۷	۲۶/۵۳	۸/۲۱	۷۵/۸۲
۴	۱/۶۱	۲۸/۱۵	۴/۶۲	۸۰/۴۴
۵	۱/۱۲	۲۹/۲۸	۳/۲۲	۸۳/۶۷



شکل ۳. تعیین انواع خوشه‌ها در تحلیل خوشه‌ای روی داده‌های کانساز زرشوران

جدول ۳. بار عاملی متغیرها در تحلیل عاملی

بار عاملی به روش مولفه اصلی					
متغیر	عامل ۱	عامل ۲	عامل ۳	عامل ۴	عامل ۵
Ag	-۰/۳۹	-۰/۷۸	-۰/۲۰	-۰/۲۲	-۰/۲۳
Al	۰/۹۶	-۰/۰۱	-۰/۰۸	-۰/۰۱	-۰/۱۲
As	-۰/۲۱	۰/۹۲	-۰/۰۵	-۰/۰۲	-۰/۰۱
Ba	۰/۲۶	۰/۵۷	-۰/۰۸	-۰/۰۵	-۰/۶۷
Be	۰/۸۱	-۰/۱۶	۰/۲۰	-۰/۱۴	-۰/۴۱
Ca	-۰/۳۰	-۰/۰۹	۰/۷۹	-۰/۰۱	-۰/۴۰
Cd	-۰/۲۱	۰/۹۲	-۰/۰۵	-۰/۰۲	-۰/۰۲
Ce	۰/۹۵	-۰/۲۰	-۰/۰۵	-۰/۰۱	-۰/۰۶
Co	۰/۸۴	-۰/۱۶	-۰/۰۸	-۰/۳۳	-۰/۱۶
Cr	۰/۶۶	-۰/۲۸	۰/۳۵	-۰/۱۸	-۰/۲۵
Cu	۰/۳۵	-۰/۶۵	-۰/۱۳	-۰/۱۲	-۰/۵۰
Fe	۰/۸۷	-۰/۰۸	-۰/۱۸	-۰/۰۷	-۰/۲۴
K	۰/۹۵	-۰/۰۲	-۰/۰۸	-۰/۰۴	-۰/۰۵
La	۰/۹۵	-۰/۱۶	-۰/۰۲	-۰/۰۱	-۰/۰۶
Li	۰/۳۲	-۰/۵۸	-۰/۴۵	-۰/۱۱	-۰/۴۴
Mg	-۰/۰۶	-۰/۷۱	-۰/۳۱	-۰/۳۳	-۰/۳۱
Mn	۰/۶۹	-۰/۳۶	-۰/۳۲	-۰/۲۹	-۰/۰۵
Mo	-۰/۰۱	-۰/۴۴	-۰/۳۱	-۰/۰۱	-۰/۱۱
Na	۰/۲۶	-۰/۵۱	-۰/۱۲	-۰/۰۴	۰/۷۳
Ni	۰/۴۲	-۰/۱۰	-۰/۰۷	۰/۷۶	-۰/۳۴
P	۰/۹۳	-۰/۱۲	-۰/۰۸	-۰/۱۳	-۰/۱۲
Pb	-۰/۱۷	۰/۸۷	-۰/۰۵	-۰/۱۸	-۰/۲۲
S	۰/۳۰	-۰/۲۳	-۰/۰۹	-۰/۶۶	-۰/۳۸
Sb	-۰/۰۸	۰/۹۳	-۰/۰۱	-۰/۱۷	-۰/۰۵
Sc	۰/۹۶	-۰/۱۸	-۰/۰۹	-۰/۰۱	-۰/۰۴
Sr	-۰/۲۲	-۰/۴۵	-۰/۴۲	-۰/۰۱	-۰/۰۹
Th	۰/۱۲	-۰/۲۸	-۰/۱۷	-۰/۱۲	-۰/۸۷
Ti	۰/۹۴	-۰/۱۵	-۰/۱۰	-۰/۱۲	-۰/۰۵
U	۰/۴۴	-۰/۰۷	-۰/۶۸	-۰/۰۱	-۰/۰۶
V	۰/۹۷	-۰/۰۴	-۰/۱۱	-۰/۰۳	-۰/۱۱
Y	۰/۸۳	-۰/۱۷	-۰/۴۱	-۰/۰۵	-۰/۰۱
Yb	۰/۷۰	-۰/۲۹	-۰/۵۵	-۰/۰۵	-۰/۱۹
Zn	۰/۱۵	۰/۸۳	-۰/۰۹	-۰/۲۷	-۰/۱۵
Zr	۰/۵۴	-۰/۴۳	-۰/۱۹	-۰/۱۲	-۰/۳۷
Au	-۰/۱۷	۰/۷۹	-۰/۰۱	-۰/۲۱	-۰/۲۰

جدول ۴. ماتریس همبستگی متغیرهای *Au*، *Zn*، *As*، *Cd* و *Sb*

متغیر	Au	Zn	Sb	Cd	As
As	۱/۰۰				
Cd	۱/۰۰	۱/۰۰			
Sb	۰/۸۶	۰/۸۷	۱/۰۰		
Zn	۰/۶۸	۰/۶۸	۰/۷۲	۱/۰۰	
Au	۰/۷۴	۰/۷۵	۰/۷۵	۰/۷۱	۱/۰۰

جدول ۵. پارامترهای محاسباتی رگرسیون چندگانه خطی که در آن  $Au$  متغیر وابسته است.

$R = 0.180$	$R^2 = 0.064$	$F (4, 103) = 48.117$	
$p$ -value	$t (103)$	$B$	
۱/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	Intercept
۰/۲۳	-۱/۲۱	-۲/۲۵	As
۰/۱۷	۱/۳۸	۲/۵۴	Cd
۰/۰۴	۲/۰۴	۰/۲۰	Sb
۰/۰۰	۳/۴۸	۰/۱۸	Zn

رابطه (۶) با مقایسه آزمون فیشر محاسباتی برابر با ۸۱ و با مقدار بحرانی ۲/۲۸ (در سطح اعتماد ۰/۰۵) بدیهی است مقدار محاسباتی بیش‌تر از مقدار بحرانی است، لذا فرض صفر رد و بین  $Ag$  و  $As$ ،  $Pb$ ،  $Cd$  و  $Sb$  معادله برقرار است. جهت تعیین صحت هر متغیر در معادله رگرسیون،  $t$  استیوندت برای  $As$  با ۰/۵۱، برای  $Pb$  با ۵/۷۰، برای  $Sb$  با ۱/۱۱ و مقایسه آن با مقدار بحرانی ۰/۵۰ (سطح اعتماد ۰/۰۵) بدیهی است  $t$  محاسباتی بیش‌تر از  $t$  بحرانی بوده لذا معادله با وجود  $As$ ،  $Cd$ ،  $Pb$  و  $Sb$  برقرار است. اما آزمون  $t$  استیوندت برای  $Cd$  با ۰/۲۹ نشان داد که این مقدار از  $t$  بحرانی کمتر بوده لذا  $Cd$  از معادله حذف گردید. در آماره سطح احتمال که برای  $As$  (۰/۶۱)،  $Cd$  (۰/۷۶)،  $Sb$  (۰/۲۶) و  $Pb$  صفر است، بدیهی است تنها  $Pb$  در معادله باقی ماند. اما در مقایسه آزمون‌ها، آزمون  $t$  استیوندت بر آماره سطح احتمال ارجحیت دارد (قدیمی و قمی، ۱۳۹۵). در بررسی روابط بین متغیرها بدیهی است این رابطه همیشه خطی نیست، بین متغیر مستقل و متغیر وابسته روابط مختلف غیرخطی نیز برقرار است. تبدیلات  $X^2$ ،  $X^3$ ،  $X^4$ ،  $X^5$ ،  $SQR(x)$ ،  $Ln(x)$ ،  $Log(x)$ ،  $e^x$ ،  $10^x$ ، جهت غیرخطی  $Ag$ ،  $Au$  با متغیرهای  $As$ ،  $Cd$ ،  $Zn$  و  $Pb$  مورد بررسی قرار گرفت. جهت ارائه معادله غیرخطی متغیرهای وابسته  $Ag$ ،  $Au$  به صورت جداگانه با هریک از متغیرهای مستقل با هر ۱۰ تبدیل غیرخطی دو به دو به صورت  $X^2$ ،  $X^3$ ،  $X^4$ ،  $X^5$ ،  $X^2$ ،  $X^3$ ،  $X^4$ ،  $X^5$ ،  $SQR(x)$ ،  $X^2$ ،  $Ln(x)$ ،  $X^2$ ،  $Log(x)$ ،  $X^2$ ،  $e^x$ ،  $X^2$ ،  $10^x$ ،  $X^2$ ،  $\frac{1}{x}$ ،  $X^3$  با  $X^4$  و غیره همبستگی برقرار گردید. برای کلیه معادلات غیرخطی، ضریب همبستگی، آزمون فیشر، آزمون  $t$  استیوندت و آماره سطح احتمال تعیین و تنها معادلاتی که بیش‌ترین ضریب همبستگی بین متغیر وابسته و مستقل را داشتند، انتخاب شدند (جدول ۸ و ۹).

ضریب همبستگی ( $R$ ) در رگرسیون چندگانه ۰/۸۰ و ضریب تعیین ( $R^2$ ) برابر ۰/۶۴ می‌باشد که نشان‌دهنده همبستگی قوی بین  $Au$  و  $Zn$ ،  $As$ ،  $Cd$  و  $Sb$  است (جدول ۵). جهت تأیید معادله در آزمون فیشر اگر  $F$  محاسباتی بیش‌تر از  $F$  بحرانی باشد مورد قبول است. در آزمون  $t$  استیوندت نیز هم اگر  $t$  محاسباتی بیش‌تر از ۰/۰۵ باشد، آزمون قابل قبول است. از طرفی در آماره سطح احتمال<sup>۱</sup> اگر  $p$ -value به صفر نزدیک باشد، همبستگی قوی بین متغیر وابسته و مستقل نشان می‌دهد. آزمون فیشر محاسباتی برابر با ۴۸/۱۷ بوده در صورتی که  $F$  بحرانی با خطای اعتماد ۰/۰۵ برابر با ۲/۲۴ حاکی از آزمون محاسباتی بیش‌تر از مقدار بحرانی است، لذا فرض صفر رد و معادله  $Au$  و عناصر  $Zn$ ،  $As$ ،  $Cd$  و  $Sb$  قابل قبول است. جهت صحت هریک از متغیرهای  $Zn$ ،  $As$ ،  $Cd$  و  $Sb$  در آزمون  $t$  استیوندت برای  $As$  با ۱/۲۱، برای  $Zn$  با ۳/۴۸، برای  $Cd$  با ۱/۳۸، برای  $Sb$  با ۲/۰۴ و مقایسه آن با مقدار بحرانی برابر ۰/۵۰ (با سطح اعتماد ۰/۰۵) بدیهی است  $t$  محاسباتی بیش‌تر از  $t$  بحرانی بوده، لذا همبستگی قوی بین  $Au$  با هریک از متغیرهای  $Zn$ ،  $As$ ،  $Cd$  و  $Sb$  وجود دارد. در آماره سطح احتمال برای  $As$  (۰/۲۳)،  $Cd$  (۰/۱۷)،  $Sb$  (۰/۰۴) و  $Zn$  (صفر) نیز همبستگی قوی با  $Zn$  و  $Sb$  نسبت به  $As$  و  $Cd$  نشان داد. با توجه به ماتریس همبستگی  $Ag$  با  $Zn$ ،  $Cd$ ،  $As$  و  $Pb$  و  $Sb$  بدیهی است  $Ag$  به عنوان متغیر وابسته تنها با متغیرهای مستقل  $As$ ،  $Cd$ ،  $Pb$  و  $Sb$  همبستگی نشان داد (جدول ۶). معادله رگرسیون آن طبق رابطه (۶) است (جدول ۷).

$$Ag = -0.01 + 0.66 As - 0.39 Cd + 0.46 Pb - 0.09 Sb \quad (6)$$

در رگرسیون چندمتغیره خطی ضریب همبستگی  $Ag$  با  $As$ ،  $Cd$ ،  $Pb$  و  $Sb$  ۰/۸۹ و ضریب تعیین ( $R^2$ ) ۰/۷۹ حاکی از همبستگی قوی بین آن‌ها است. جهت صحت

<sup>۱</sup>  $p$ -value



جدول ۶. ماتریس همبستگی Ag با As, Cd, Pb, Zn, Sb در کانسار زرشوران

متغیر	Ag	As	Cd	Mg	Pb	Sb
Ag	۱/۰۰					
As	۰/۷۶	۱/۰۰				
Cd	۰/۷۶	۱/۰۰	۱/۰۰			
Mg	-۰/۷۷	-۰/۶۲	-۰/۶۲	۱/۰۰		
Pb	۰/۸۷	۰/۷۸	۰/۷۸	-۰/۷۹	۱/۰۰	
Sb	۰/۷۹	۰/۸۶	۰/۸۷	-۰/۷۲	۰/۸۸	۱/۰۰

جدول ۷. پارامترهای محاسباتی رگرسیون چندگانه خطی که در آن Ag متغیر وابسته است.

$R^2 = 0/89$	$R^2 = 0/79$	$F(5,102) = 81$	
$p$ -value	$t(102)$	$b$	
0/89	-0/14	-0/01	Intercept
0/62	0/51	0/66	As
0/77	-0/29	-0/39	Cd
0/00	5/70	0/46	Pb
0/27	-1/11	-0/09	Sb

جدول ۸. معادلات غیرخطی تک‌متغیره Au با عناصر As, Cd و Sb در کانسار زرشوران

متغیر	نوع معادله	$b$	$a$	$R$	$R^2$	$F(1,106)$	$T(106)$	$P$ -value
As	تابع‌نمایی	-۰/۷۰	۰/۴۳	۰/۶۳	۰/۴۰	۷۲	۸/۴۷	.
Cd	تابع‌نمایی	-۰/۷۰	۰/۴۳	۰/۶۴	۰/۴۱	۷۵	۸/۶۴	.
Sb	معادله درجه سوم	۰/۰۱	۰/۱۶	۰/۶۷	۰/۴۵	۸۷	۹/۳۴	.

جدول ۹. معادلات غیرخطی تک‌متغیره Ag با عناصر As, Cd, Sb و Pb در کانسار زرشوران

عنصر	نوع معادله	$b$	$a$	$R$	$R^2$	$F(1,106)$	$T(106)$	$P$ -value
As	تابع‌نمایی	-۰/۸۰	۰/۵۰	۰/۷۷	۰/۶۶	۱۶۴	۱۲/۸۱	.
Cd	تابع‌نمایی	-۰/۸۱	۰/۴۹	۰/۷۸	۰/۶۱	۱۷۲	۱۳/۱۰	.
Sb	تابع‌نمایی	-۰/۷۹	۰/۳۶	۰/۸۹	۰/۷۹	۴۰۹	۲۰/۲۲	.
Pb	تابع‌نمایی	-۰/۷۷	۰/۳۳	۰/۹۳	۰/۸۷	۷۵۹	۲۷/۵۴	.

پیش‌بینی شده و مقادیر اندازه‌گیری شده را با یکدیگر مقایسه می‌کند که در بهترین حالت مقدار آن برابر صفر است (یزدانی، ۱۳۹۷). به منظور بررسی صحت مدل، داده‌ها را به صورت دو مجموعه آموزش و آزمایش تقسیم و مقدار خطای  $RMSE$  محاسبه گردید.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_1 - X_2)^2}{n}} \quad (9)$$

که در آن  $X_1$  مقادیر پیش‌بینی و  $X_2$  مقدار اندازه‌گیری و  $n$  تعداد داده (۱۰۸ داده) است. لذا جهت ارزیابی ۷۰٪ داده‌ها به عنوان آموزش و ۳۰٪ بقیه به صورت تصادفی به عنوان داده‌های آزمایش انتخاب گردید و ضرایب معادلات رگرسیون محاسبه شد (جدول ۱۰ و ۱۱). مجذور میانگین

این بررسی نشان داد که برای پیش‌بینی عناصر As, Cd و Sb و برای پیش‌بینی عناصر Ag, As, Cd, Pb و Sb مناسب هستند. معادلات غیرخطی Au و Ag طبق روابط (۷) و (۸) است.

$$Au = -0/32 + 6/08e^{Cd} - 5/96e^{As} + 0/09Sb^3 \\ R = 0/73 \quad R^2 = 0/54 \quad F(3,104) = 41 \quad (7)$$

$$Ag = -0/83 - 2/23e^{As} + 2/27e^{Cd} + \\ 0/22e^{Pb} + 0/09e^{Sb} \quad R = 0/95 \quad R^2 = \\ 0/90 \quad F(5,106) = 196 \quad (8)$$

جهت صحت مدل‌های رگرسیون غیرخطی از آماره مجذور میانگین مربع خطا ( $RMSE$ ) استفاده شد (رابطه ۹). آماره مجذور میانگین مربع خطا مقادیر

(شکل‌های ۴ و ۵). در بررسی ویژگی آماری مدل رگرسیون چندمتغیره  $Au$  و  $Ag$ ، بالاترین ضریب معادله در آموزش و آزمایش مربوط به  $Cd$  بوده که بیانگر بهترین عنصر برای پیش‌بینی  $Au$  و  $Ag$  نسبت به سایر عناصری که دارای همبستگی قوی داشتند، محسوب می‌شود.

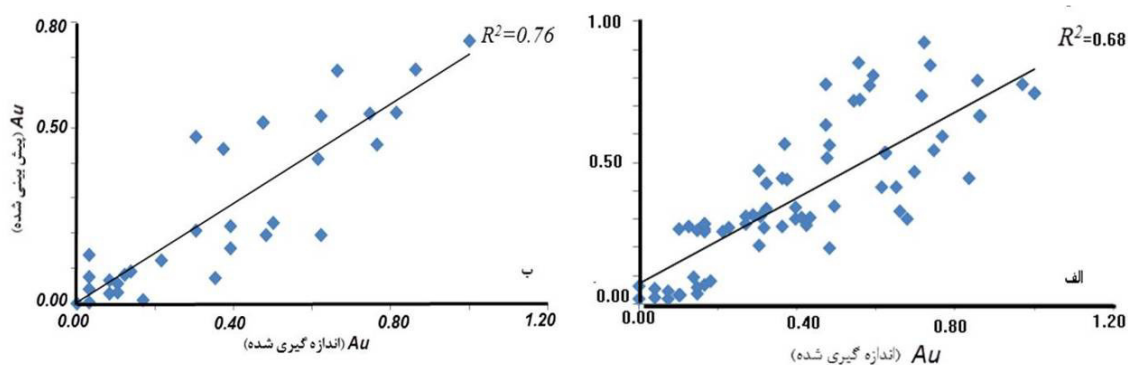
مربع خطا در آموزش برای  $Au$  برابر با ۰/۴۴ و در آزمایش برابر با ۰/۲۰ و مجذور میانگین مربع خطا برای  $Ag$  در آموزش برابر با ۰/۲۴ و در آزمایش برابر با ۰/۲۳ است. مقدار  $R^2$  برای  $Au$  و  $Ag$  قوی و قابل قبول است.  $R^2$  برای  $Au$  در آموزش برابر با ۰/۶۸ و در آزمایش برابر با ۰/۷۶، برای  $Ag$  برابر با ۰/۸۹ و در آموزش برابر با ۰/۹۲ است.

جدول ۱۰. ویژگی آماری مدل رگرسیون چندمتغیره برای  $Au$  در کانسار زرشوران

آموزش	آزمایش	
-۰/۳۵	-۰/۳۹	Intercept
۰/۱۱	۴/۹۵	$Cd(\beta_1)$
۰/۰۹	-۴/۷۳	$As(\beta_2)$
۰/۱۰	۰/۰۸	$Sb(\beta_3)$
۰/۶۸	۰/۷۶	$R^2$

جدول ۱۱. ویژگی آماری مدل رگرسیون چندمتغیره برای  $Ag$  در کانسار زرشوران

آموزش	آزمایش	
-۰/۸۴	-۰/۸۲	Intercept
-۱/۹۹	-۲/۲۲	$As(\beta_1)$
۲/۰۴	۲/۲۶	$Cd(\beta_2)$
۰/۲۲	۲/۲۲	$Pb(\beta_3)$
۰/۰۹	۰/۰۸	$Sb(\beta_4)$
۰/۸۹	۰/۹۲	$R^2$



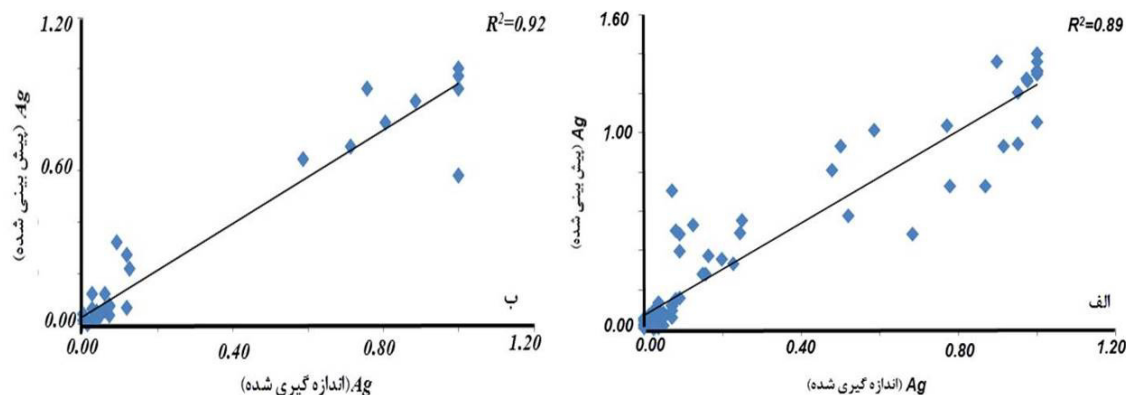
شکل ۴. نمودار پراکندگی بین مقادیر پیش‌بینی شده و اندازه‌گیری شده در آزمون روی داده‌های کانسار زرشوران الف: آموزش و ب: آزمایش برای  $Au$

ژئوشیمیایی چند عنصر انجام می‌شود، اغلب شرایط خاص این فلزات گرانبها در نظر گرفته نشده و لذا داده‌های مربوط به آن اعتبارات لازم را ندارند (علی‌یاری و همکاران، ۲۰۱۷). بنابراین بی‌هنجاری‌هایی که براساس این داده‌ها مشخص می‌شوند معمولاً غیرقابل اطمینان

در بررسی‌های مشابه می‌توان اشاره نمود که طبیعت شدت کم بی‌هنجاری‌های  $Au$  و  $Ag$  و توزیع ناهمگن آن در نمونه‌ها مشکلاتی در رابطه با نمونه‌برداری و آماده‌سازی آن به همراه دارد (تابانابایی و همکاران، ۲۰۱۵). در نمونه‌برداری‌هایی که برای اکتشافات

(ماهوش محمدی و هزارخانی، ۱۳۹۴). در روش رگرسیونی به دلیل نوع میانگین‌گیری در این محاسبات خطاهای تصادفی وابسته به آن کمتر است. به علاوه، عیار  $Au$  و  $Ag$  به صورت یک ترکیب خطی از عیار عناصر ردیاب بوده، لذا برای همه نمونه‌ها مقدار عیار  $Ag$  و  $Au$  قابل تخمین است (علی‌یاری و همکاران، ۲۰۱۷). با مشخص شدن بی‌هنجاری‌های ژئوشیمیایی  $Ag$  و  $Au$  به روش رگرسیونی لازم است نتایج را با آنچه که از تحلیل داده‌های  $Au$  و  $Ag$  به دست آمده، مقایسه کرده و سپس می‌توان با توجه به کلیه شواهد اکتشافی نتیجه‌گیری کرد (یزدانی و همکاران، ۱۳۹۷).

می‌باشند. نکته قابل توجه این است که این گونه داده‌ها (چندعنصری) اطلاعات خوبی برای تعیین بی‌هنجاری‌های احتمالی  $Au$  را به همراه دارند (نظرپور و همکاران، ۲۰۱۶). عناصر ردیاب همراه  $Au$  و  $Ag$  می‌تواند  $Sb$ ،  $As$ ،  $Ti$ ،  $Se$ ،  $Bi$ ،  $Hg$  و  $W$  باشد که برحسب نوع کانی‌سازی به عنوان ردیاب قابل انتخاب است (نظرپور و همکاران، ۲۰۱۵). یافتن ناهنجاری‌های ژئوشیمیایی  $Ag$  و  $Au$  و تخمین مقدار  $Au$  و  $Ag$  با استفاده از معادله رگرسیونی چندگانه در منطقه زرشوران اهمیت رگرسیون مرحله‌ای را مشخص نمود (نظرپور و همکاران، ۲۰۱۶). این بررسی نشان داد عیار  $Au$  و  $Ag$  به عنوان تابعی از مقدار عناصر ردیاب قابل تخمین است. براساس داده‌های تخمینی عیار  $Au$  و  $Ag$  می‌توان بی‌هنجاری‌های آن‌ها را مشخص کرد



شکل ۵. نمودار پراکنندگی بین مقادیر پیش‌بینی شده و اندازه‌گیری شده در آزمون روی داده‌های کانسار زرشوران الف: آموزش و ب: آزمایش برای  $Ag$

### نتیجه‌گیری

محلی داشته و می‌توان از مدل‌های رگرسیونی در همین کانسار برای سایر عناصر کمیاب و یا برای سایر مناطقی که از نظر زمین‌شناسی و هم‌چنین کانی‌زایی شرایط مشابهی دارند استفاده نمود.

در طی مراحل اولیه اکتشاف، روش رگرسیونی با حداقل عنصر ردیاب دنبال شده و با انتخاب عناصر ردیاب می‌توان به عنصر هدف دست یافت. در بسیاری مواقع مدل پیش‌بینی رگرسیونی در کنترل کیفی تجزیه‌های آزمایشگاهی و مقایسه نتایج آزمایشگاه‌های مختلف استفاده می‌شود. در مراحل اولیه اکتشاف داده‌ها ناقص و یا نمی‌توان نقشه‌ای ارائه داد، لذا مدل‌های رگرسیونی در پیش‌بینی عیار عناصر  $Au$  و  $Ag$  مناسب بوده و می‌تواند راهنمایی برای مراحل بعدی اکتشاف باشند.

کانسار طلای زرشوران در واحد شیلی زرشوران با مجموعه کانی‌های اورپیمنت، آلگار، استینیت، سینابر و عناصر  $Sb$ ،  $Ti$ ،  $Se$ ،  $Bi$  و  $Hg$  حاوی طلا است. عناصر مورد نظر به عنوان عناصر ردیاب نقش مهمی در اکتشاف کانسارهای پنهان  $Au$  و  $Ag$  دارند. مدل‌های رگرسیونی خطی و غیرخطی با ارتباط دادن عناصر ردیاب به عنوان عنصر مستقل با  $Au$  و  $Ag$  به عنوان عنصر وابسته در پیش‌بینی آن‌ها نقش مهمی دارند. همبستگی قوی و مثبت عناصر ردیاب خصوصاً  $Sb$ ،  $As$  با  $Au$  و  $Ag$  اهمیت آن‌ها را در پیش‌بینی  $Au$  و  $Ag$  بخوبی نشان داد. این بررسی نشان داد مدل‌های رگرسیونی خطی و غیرخطی در پیش‌بینی  $Au$  و  $Ag$  کانسار طلای زرشوران ارزش

## منابع

- Johnson, R. A., and Wichern, D. W (2002) *Applied multivariate statistical analysis*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 513 p.
- Jolliffe, T (2002) *Principal Component Analysis*" Springer Verlag, New York, 488 pp.
- Kaiser, H. F (1958) *The varimax criterion for analytic rotation in factor analysis*. *Psychometrika*, 23:187-200.
- Levinson, A. A (1974) *Introduction to Exploration Geochemistry*, Applied Publishing Ltd., 612pp.
- Mehrabi, B., Yardley, B. W. D., and Cann, J. R (1999) *Sediment-hosted disseminated gold mineralisation at Zarshuran, NW Iran*, *Mineralium Deposita*, 34: 673-696.
- Nazarpour, A., Omran, N. R., and Paydar, G. R (2013) *Application of multifractal models to identify geochemical anomalies in Zarshuran Au deposit, NW Iran*. *Arabian Journal of Geosciences*, 8: 877-889.
- Nazarpour, A., Rostami Paydar, Gh., and Carranza, E. J. M (2016) *Stepwise regression for recognition of geochemical anomalies: Case study in Takab area, NW Iran*. *Journal of Geochemical Exploration*, 168: 150-162.
- Nazarpour, A., Omran, N. R., Paydar, G. R., Sadeghi, B., Matroud, F., and Nejad, A.M (2015) *Application of classical statistics, logratio transformation and multifractal approaches to delineate geochemical anomalies in the Zarshuran gold district, NW Iran*. *Chemie der Erde -Geochemistry*, 75: 117-132.
- Nazarpour, A (2018) *Application of C-A fractal model and exploratory data analysis (EDA) to delineate geochemical anomalies in the: Takab 1:25,000 geochemical sheet, NW Iran*. *Iranian Journal of Earth Sciences*, 10: 173-180.
- Ohta, A., Imai, N., Terashima, S., Tachibana, S (2005) *Influence of surface geology and mineral deposits on the spatial distributions of elemental concentrations in the stream sediments of Hokkaido, Japan*. *Journal of Geochemical Exploration*, 86: 86-103.
- Reimann, C., and Filzmoser, P (2000) *Normal and lognormal data distribution in geochemistry: death of a myth, Consequences for the statistical treatment of geochemical and environmental data*. *Environmental Geology*, 39:1001-1014.
- Rezaei, S., Lotfi, M., Afzal, P., Jafari, M. R., and Shamseddin Meigoony, M (2015) *Delineation of Cu prospects utilizing multifractal modeling and stepwise factor analysis in Noubaran 1:100,000 sheet, Center of Iran*" *Arabian Journal of Geosciences*, 8 (9): 7343-7357.
- Samal, R. A., Mohanty, K. M., Fifiarek, H. R (2008) *Backward elimination procedure for a predictive model of gold concentration*
- رحیم‌سوری، ی، یعقوب‌پور، ع، مدبری، س (۱۳۹۲) بررسی زمین‌شناسی و کانه‌زایی طلای تیپ کارلین در کانسار آق‌دره تکاب، آذربایجان غربی، مجله علوم‌زمین، دوره ۲۲، شماره ۳، (ویژه‌نامه عناصر خاکی کمیاب و تیپ‌های کانه‌زایی در پهنه سندنج-سیرجان)، ص ۵۳-۴۲.
- رشیدنژاد عمران، ن، رستمی‌پایدار، ق، نظریور، ا، محرابی‌نژاد، ع (۱۳۹۳) الگوی توزیع ژئوشیمیایی عمقی عیار طلا با استفاده از روش فرکتالی به منظور پهنه‌بندی اهداف اکتشافی ناحیه‌ای در کانسار طلای زرشوران، تکاب، شمال‌غرب ایران، مجله زمین‌شناسی کاربردی پیشرفته، دوره ۴، شماره ۲، ص ۶۲-۵۳.
- رضایی‌پژند، ح، بزرگ‌نیا، ا (۱۳۸۱) تحلیل رگرسیون غیرخطی و کاربردهای آن. انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، ۳۸۷ ص.
- رضایی، م، حسن‌زاده، م.ت، قاسمی، ح (۱۳۸۷) استفاده از روش‌های رگرسیون خطی و رگرسیون غیرخطی در تخمین روند تغییر جریان نشتی مفره‌های شبکه توزیع در مناطق آلوده سواحل جنوبی کشور، سیزدهمین کنفرانس شبکه‌های توزیع نیروی برق، گیلان.
- قدیمی، ف، قمی، م (۱۳۹۵) تجزیه و تحلیل آماری داده‌های اکتشافی ژئوشیمیایی (با کارکرد در محیط Statistica). انتشارات دانشگاه صنعتی اراک، ۳۱۴ ص.
- ماهوش محمدی، ن، هزارخانی، ا (۱۳۹۴) تخمین عیار طلا در کانسار خونی با استفاده از بررسی رفتار عناصر طلا، آرسنیک و آنتیموان به روش خوشه‌بندی. نشریه علمی-پژوهشی روش‌های تحلیلی و عددی در مهندسی معدن، شماره ۱۰، ص ۹۲-۷۷.
- یزدانی، م، علی‌نیا، ف، پارسا صدر، م (۱۳۹۷) همبستگی فضایی عیار عناصر طلا و نقره در منطقه قزل‌اوزن خلخال با روش زمین‌آماری، مجله اندیشه آماری، دوره ۴۶، شماره ۲، ص ۱۰۲-۸۵.
- Aitchison, J (1986) *The statistical analysis of compositional data*. UK: Chapman and Hall, London, 416 p.
- Aliyari, F., Afzal, P., and Sharif, A (2017) *Determination of geochemical anomalies and gold mineralized stages based on litho-geochemical data for Zarshuran Carlin-like gold deposit (NW Iran) utilizing multi-fractal modeling and stepwise factor analysis*. *Journal of Mining & Environment*, 8(4): 593-610.
- Asadi Harooni, H (2000) *The Zarshuran gold deposit model applied in a mineral exploration GIS in Iran*. PH.D. Thesis, Delft University, the Netherlands.

*Journal of Geochemical Exploration*, 97: 69–82.

Shokouh Saljoughian, B., Hezarkhani, A (2019) *Identification of geochemical anomalies associated with Cu mineralization by applying spectrum-area multi-fractal and wavelet neural network methods in Shahr-e-Babak mining area, Kerman, Iran* *Journal of Mining and Environment*, 10(1): 49-73.

Tabatabaei, H. S., Roshani Rodsari, P., and Mokhtari, R. A (2015) *Predicting Potential Mineralization Using Surface Geochemical Data and Multiple Linear Regression Model in the Kuh Panj Porphyry Cu Mineralization (Iran)*. *Arabian Journal Science Engineering*, 40:163–170.

Yousefi, T., Abedini, A., Aliyari, F., and Calagari, A. A (2019) *Mineralogy and fluid inclusion investigations in the Zarshuran gold deposit, north of Takab, NW Iran*. *Iranian Journal of Crystallography and Mineralogy*, 27(3): 537-550.

## ***Prediction of gold in Takab Zarshuran using linear and nonlinear regression methods***

***R. Alimohamadi<sup>1</sup> and F. Ghadimi<sup>2\*</sup>***

*1- M. Sc., (graduated), Dept., of Mining Engineering, Arak University of Technology, Arak*

*2- Assoc. Prof., Dept., of Mining Engineering, Arak University of Technology, Arak*

*\* ghadimi@Arakut.ac.ir*

***Recieved: 2020/6/9 Accepted: 2020/8/17***

### ***Abstract***

*This paper show the importance of trace elements in the estimation of Au and Ag. To predict Au and Ag, the selection of finder elements was performed using multivariate statistical analysis of factor analysis and cluster analysis and linear and nonlinear regression models. In this research, it were studied 35 elements in 108 samples using statistical software Statistica 10, for forecasting and estimating the best finder elements for Au and Ag. Data were controlled based on statistical methods including identifying out-of-order elements, normalization and data standardized. Based on factor analysis and cluster analysis, the elements of the same group with Au and Ag include, Pb, Sb, As, Cd, and Zn, which can act as a finder element of Au and Ag. The purpose of the multiple regression method is to find the logical relationship between Au, Ag and finder elements. In this study, it is considered Au and Ag as dependent variables and Zn, As, Cd, Pb and Sb as independent variables. The correlation matrix shows that the correlation of Au with Zn, As, Cd and Sb is higher than 0.70 and Pb is less than 0.70. Therefore, based on linear and nonlinear regression models, Fisher test, Student t test and probability level showed that the elements of Cd, As and Sb are suitable for prediction of Au and As, Cd, Pb and Sb for prediction of Ag. In addition, non-linear regression model was found to be more suitable for prediction.*

***Keywords:*** *Finder elements, Factor analysis, Cluster analysis, Regression models, Zarshuran gold*