

کاربرد آنالیز رگرسیون چند متغیره برای پیش‌بینی مقاومت فشاری تک‌محوری و مدول الاستیسیته ماسه‌سنگ‌ها با استفاده از خصوصیات پتروگرافی

یاسین عبدی

گروه زمین‌شناسی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه لرستان، خرم‌آباد

نویسنده مسئول: Abdi.ya@lu.ac.ir*

دریافت: ۹۸/۹/۶ پذیرش: ۹۸/۱۱/۶

چکیده

تعیین دقیق مقاومت فشاری تک‌محوری و مدول الاستیسیته سنگ‌ها با استفاده از روش‌های آزمایشگاهی نیازمند صرف زمان و هزینه زیادی می‌باشد. به‌منظور غلبه بر این مشکلات، توسعه روابط و مدل‌های پیش‌بینی کننده برای تخمین ویژگی‌های مکانیکی در مهندسی سنگ، بسیار مهم می‌باشد. این مطالعه با استفاده از آنالیز رگرسیون چندمتغیره، به پیش‌بینی مقاومت فشاری تک‌محوری و مدول الاستیسیته ماسه‌سنگ‌ها از طریق خصوصیات پتروگرافی می‌پردازد. به همین منظور، تعداد ۲۰ بلوک ماسه‌سنگ از نقاط مختلف سازند قرمز بالایی در جنوب غرب قم جمع‌آوری شده است. مطالعات پتروگرافی شامل تعیین ۱۶ پارامتر پتروگرافی برای همه نمونه‌ها انجام شده است. هم‌چنین به منظور تعیین ویژگی‌های فیزیکی و مکانیکی شامل تخلخل، دانسیته، مقاومت فشاری تک‌محوری و مدول الاستیسیته، نمونه‌ها مورد آزمایش قرار گرفته‌اند. به منظور تخمین مقاومت فشاری تک‌محوری و مدول الاستیسیته ماسه‌سنگ‌های مورد مطالعه با استفاده از خصوصیات پتروگرافی، آنالیز رگرسیون ساده و چندمتغیره انجام شده است. سرانجام تعدادی معادله پیش‌بینی کننده چندمتغیره برای پیش‌بینی ویژگی‌های مکانیکی با استفاده از خصوصیات پتروگرافی توسعه داده شده است. عملکرد پیش‌بینی معادلات توسعه داده شده با استفاده از شاخص‌های آماری R ، $RMSE$ و VAF ارزیابی شده است. نتایج نشان می‌دهد معادلات توسعه داده شده در این مطالعه دقت پیش‌بینی بالایی دارند.

واژه‌های کلیدی: خصوصیات پتروگرافی، مقاومت فشاری تک‌محوری، مدول الاستیسیته، آنالیز رگرسیون، ماسه‌سنگ

پیشگفتار

مقاومت فشاری تک‌محوری و مدول الاستیسیته سنگ‌ها دو پارامتر مهم ژئوتکنیکی برای کاربردهای مهندسی از قبیل احداث تونل، طراحی سد، انفجار سنگ، پایداری شیروانی، مهندسی پی و حفاری‌های زیرزمینی می‌باشند. روش مستقیم تعیین این دو پارامتر در آزمایشگاه، استفاده از استانداردهای پیشنهاد شده توسط $ISRM$ و $ASTM$ می‌باشد. اما باید توجه داشت که تعیین مقاومت فشاری تک‌محوری و مدول الاستیسیته با استفاده از این روش‌ها گاهی مشکل است، زیرا آماده‌سازی نمونه‌های مغزه با کیفیت امری مشکل، زمان‌بر و هزینه‌بردار است. این موضوع بخصوص در مورد سنگ‌های ضعیف، سنگ‌های حاوی کانی رسی، سنگ‌های متخلخل و لامینه‌دار مشکل‌ساز می‌باشد. به‌منظور غلبه بر این مشکلات، برخی از محققین روابط تجربی متعددی را برای تخمین ویژگی‌های مکانیکی سنگ‌ها با استفاده از

خصوصیات فیزیکی ارائه کرده‌اند (عبدی و خانلری، ۱۳۹۷؛ شارما و سینگ، ۲۰۰۸؛ سرکار و همکاران، ۲۰۱۲؛ ادیت، ۲۰۱۸؛ عظیمیان و اجل‌لوثیان، ۲۰۱۵؛ جمشیدی و همکاران، ۲۰۱۶؛ عبدی و همکاران، ۲۰۱۸؛ ابوسیف، ۲۰۱۶؛ الکساب و همکاران، ۲۰۱۶؛ ساری، ۲۰۱۸؛ یار و همکاران، ۲۰۱۷؛ شارما و همکاران، ۲۰۱۷؛ محمد و همکاران، ۲۰۱۸). تغییرات زیاد در ویژگی‌های فیزیکی و مکانیکی ماسه‌سنگ‌ها ناشی از خصوصیات پتروگرافی آن‌ها می‌باشد (بل، ۱۹۸۷؛ هوراث و رولند، ۱۹۸۶؛ شکور و بونیلی، ۱۹۹۱). بنابراین، علاوه بر ویژگی‌های شاخص مهندسی، از خصوصیات پتروگرافی نیز می‌توان برای پیش‌بینی پارامترهای مهندسی استفاده نمود. این خصوصیات شامل میانگین اندازه ذرات، درجه گردش‌دگی، نوع تماس بین ذرات، آرایش چگالی و مجاورتی، ترکیب کانی‌شناسی و نوع سیمان بین ذرات می‌باشد. باید توجه داشت که تعیین خصوصیات

مواد و روش‌ها

به منظور انجام این مطالعه، تعداد ۲۰ بلوک بزرگ در ابعاد $۴۰*۴۰*۲۰$ سانتی‌متر از بخش‌های مختلف سازند قرمز بالایی در غرب قم انتخاب و به آزمایشگاه انتقال داده شده‌اند. موقعیت نقاط نمونه‌برداری در شکل ۱ نشان داده شده است. با توجه به تنوع زیاد ماسه‌سنگ‌ها در ایستگاه اول (S1)، تعداد ۱۲ بلوک شامل بلوک‌های S1 تا S12 از این ایستگاه تهیه شده است. هم‌چنین بلوک S13 از ایستگاه دوم یا S2، دو بلوک S14 و S15 از ایستگاه سوم (S3)، بلوک S16 از ایستگاه چهارم (S4)، بلوک S17 از ایستگاه پنجم (S5) و ۳ بلوک S18، S19 و S20 از ایستگاه ششم (S6) برداشت شده است. این ماسه‌سنگ‌ها بطور گسترده‌ای به‌عنوان مصالح ساختمانی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در آزمایشگاه از بلوک‌های تهیه شده با استفاده از یک دستگاه مغزه‌گیر دورانی اقدام به مغزه‌گیری و تهیه نمونه‌های استوانه‌ای شکل به قطر ۵۴ میلی‌متر و نسبت طول به قطر بین ۲/۵۰ تا ۳/۰۰ شده است. مطالعات پتروگرافی نمونه‌ها با استفاده از یک میکروسکوپ نوری و مطابق با روش پیشنهاد شده توسط هاجینسون (۱۹۷۴) انجام شده است. علاوه بر این برخی از ویژگی‌های فیزیکی و مکانیکی پایه نمونه‌ها شامل دانسیته خشک، تخلخل، سرعت سیر موج طولی، مقاومت فشاری تک‌محوری و مدول الاستیسیته نیز با استفاده از استاندارد *ISRM* (۱۹۸۱) اندازه‌گیری شده است.

بحث و نتایج

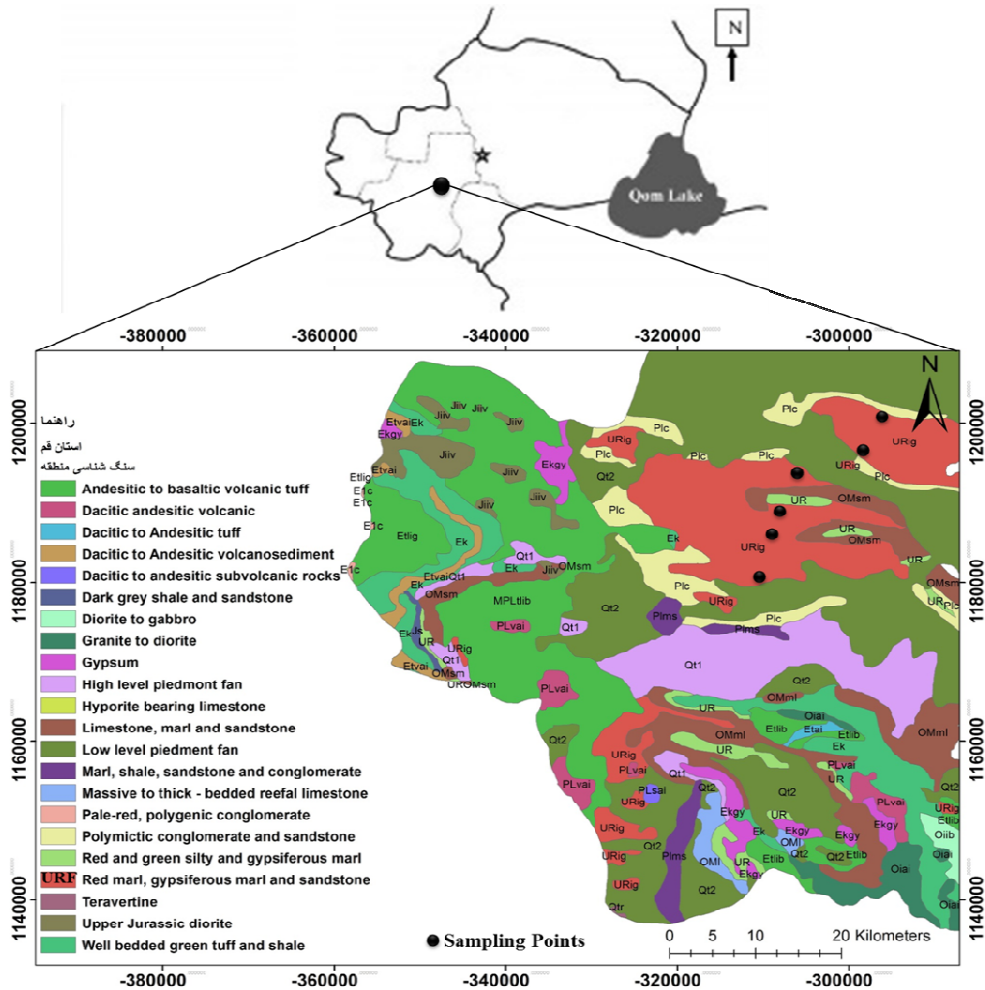
خصوصیات پتروگرافی

خلاصه نتایج آنالیز پتروگرافی در جدول ۱ لیست شده است. بر اساس نتایج مشخص شد که ماسه‌سنگ‌های مورد مطالعه عمدتاً از خرده‌سنگ (۴۳/۵۶-۷۰/۳۰ درصد)، فلدسپات (۱۱/۷۸-۷۰/۳۰ درصد) و مقادیر کمتری کوارتز (۶/۲۳-۱۴/۴۳ درصد) تشکیل شده‌اند. علاوه بر این درصد کوارتز نمونه‌ها نیز بین صفر تا ۱۰ درصد متغیر است (شکل ۲). مطابق با طبقه‌بندی فولک (۱۹۷۴) مشخص شد که ماسه‌سنگ‌های مورد مطالعه عمدتاً فلدسپاتیک لیت‌آرنایت می‌باشند. در جدول ۲ نیز نتایج آنالیز بافتی نمونه‌ها ارائه شده است. ملاحظه می‌گردد که میانگین اندازه ذرات بین ۰/۰۸ تا ۰/۴۲ میلی‌متر تغییر می‌کند. این موضوع نشان می‌دهد که

پتروگرافی در آزمایشگاه و به آسانی با استفاده از آنالیز مقاطع نازک انجام می‌شود. محققین متعددی به مطالعه اثرات خصوصیات پتروگرافی بر ویژگی‌های مکانیکی سنگ‌ها پرداخته‌اند (بریس، ۱۹۶۱؛ هارتلی، ۱۹۷۴؛ باربور و همکاران، ۱۹۷۹؛ فاهی و گوسیون، ۱۹۷۹؛ دوپرنیر و دیفراتیس، ۱۹۸۶؛ جنگ و همکاران، ۲۰۰۴؛ تمرکار و همکاران، ۲۰۰۷). روش‌های جایگزینی از جمله روش‌های آنالیز رگرسیون ساده و چندمتغیره به منظور تخمین ویژگی‌های مکانیکی سنگ‌ها مورد استفاده محققین قرار گرفته است. به طور مثال، اولسوی و همکاران (۲۰۰۴) با استفاده از تکنیک‌های آماری چندمتغیره به پیش‌بینی مقاومت فشاری تک‌محوره و مدول الاستیسیته ماسه‌سنگ‌ها از طریق خصوصیات پتروگرافی پرداخته‌اند. آن‌ها چندین معادله پیش‌بینی کننده را برای تخمین ویژگی‌های مکانیکی با استفاده از خصوصیات پتروگرافی و ویژگی‌های شاخص معرفی کرده‌اند. زورلو و همکاران (۲۰۰۸) گزارش کرده‌اند که خصوصیات بافتی و سنگ‌شناسی از اهمیت ویژه‌ای در پیش‌بینی ویژگی‌های فیزیکی و مکانیکی سنگ‌ها برخوردارند. سرکار و همکاران (۲۰۰۹) نشان دادند که برخی از پارامترهای مهم در طراحی‌های مهندسی را می‌توان به‌صورت غیرمستقیم و با استفاده از روابط بین خصوصیات پتروگرافی و مکانیکی سنگ‌ها بدست آورد. حیدری و همکاران (۲۰۱۳) به کمک روابط رگرسیونی چندمتغیره، مقاومت فشاری تک‌محوری و مدول الاستیسیته ماسه‌سنگ‌های زوراسیک همدان را با استفاده از ویژگی‌های پتروگرافی تخمین زده‌اند. خانلری و همکاران (۲۰۱۶) ویژگی‌های مکانیکی کنگلومراهای فامنین را با استفاده از خصوصیات پتروگرافی و با کمک روابط رگرسیونی چندمتغیره پیش‌بینی کرده‌اند. عبدی و خانلری (۱۳۹۸) نیز به تخمین مقاومت فشاری تک‌محوری و مدول الاستیسیته ماسه‌سنگ‌ها با استفاده از نتایج آزمایش‌های شاخص از قبیل چکش‌اشمیت و سرعت سیر موج پرداخته‌اند. هدف اصلی از این پژوهش، توسعه روابط پیش‌بینی کننده رگرسیونی به‌منظور تخمین مقاومت فشاری تک‌محوری و مدول الاستیسیته ماسه‌سنگ‌ها با استفاده از خصوصیات پتروگرافی می‌باشد.

حاضر ارتباط معناداری بین درصد سیمان با درصد آرایش همجوار و چگالی و چگالی مشاهده نشده است. این نتایج با مشاهدات حیدری و همکاران (۲۰۱۳) مشابه می‌باشد.

غالب نمونه‌ها ریزدانه هستند. مقادیر بالای آرایش همجوار و چگالی و هم‌چنین مقدار کم سیمان، نشان‌دهنده فشردگی زیاد دانه‌ها می‌باشد. با این وجود، در مطالعه



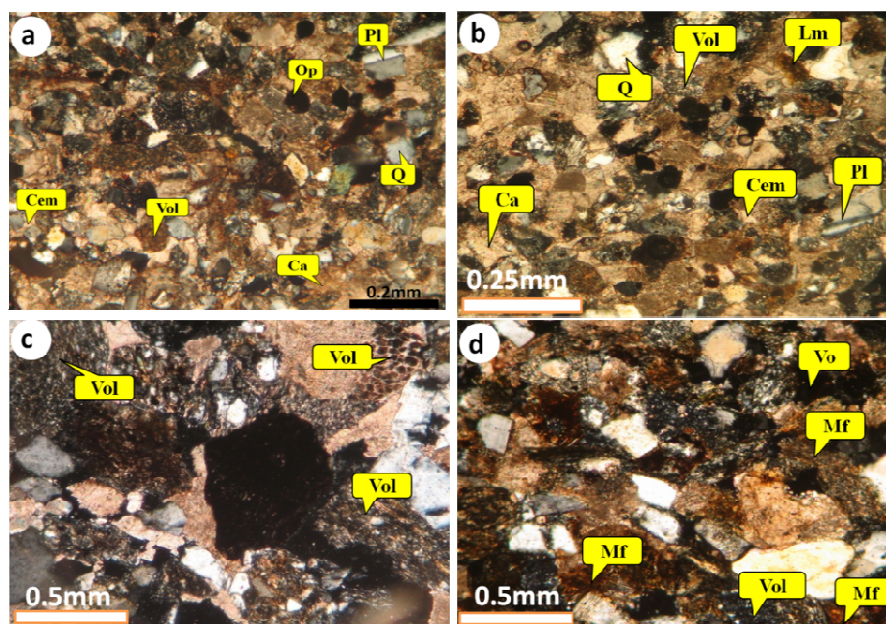
شکل ۱. نقشه زمین‌شناسی و موقعیت نقاط نمونه‌برداری

که ملاحظه می‌گردد، مقادیر دانسیته خشک نمونه‌ها بین ۲/۱۵ تا ۲/۶۱ گرم بر سانتی‌متر مکعب تغییر می‌کند. درصد تخلخل به‌طور گسترده‌ای بین ۴/۲۸ تا ۱۴/۵۱ در تغییر است. هم‌چنین میانگین سرعت سیر موج نمونه‌ها ۲/۸۰ کیلومتر بر ثانیه است. بر اساس نتایج آزمایش‌های مکانیکی مشخص شد که مقادیر حداقل، حداکثر و میانگین مقاومت فشاری تک‌محوری نمونه‌ها به ترتیب ۱۹/۹۴، ۱۴۳/۰۳ و ۹۰/۹۱ مگاپاسکال می‌باشد. این در حالی است که این مقادیر برای مدول الاستیسیته به ترتیب ۲/۹۳، ۱۷/۹۴ و ۱۱/۷۶ گیگاپاسکال می‌باشند.

بر اساس نتایج، تماس‌های نوع محدب-مقعر (C-C) با ۴۴/۶۵ درصد، بیش‌ترین نوع تماس را به خود اختصاص داده‌اند، در حالی که تماس‌های خطی با ۳۲/۱۰ درصد در رده بعدی قرار دارند. هم‌چنین تماس‌های مضرسی و مماسی به ترتیب ۱۰/۹۰ و ۱۰/۱۰ درصد مجموع تماس‌های بین ذره‌ای را تشکیل داده‌اند. هم‌چنین آنالیز تعداد تماس‌ها بر دانه نشان می‌دهد که تماس‌های دانه به دانه (G-G) با ۶۸/۰۵ درصد، فراوان‌ترین می‌باشند.

ویژگی‌های مهندسی

در جدول ۳ خلاصه‌ای از ویژگی‌های فیزیکی و مکانیکی ماسه‌سنگ‌های انتخاب شده لیست شده است. همان‌طور



شکل ۲. تصاویر پتروگرافی برخی از نمونه‌ها: (a) فلدسپاتیک لیت آرنایت، (b، c) لیت آرنایت (Pl: Plagioclase, Q: Quartz, Ca: Carbonate fragment, Vol: Volcanic fragment, Mf: Metamorphic fragment, Cem: Carbonate cement)

جدول ۱. نتایج ترکیب کانی شناسی ماسه‌سنگ‌های مورد مطالعه

Sample no.	Quartz	Feldspar	Rock Fragments	Mica	Chert	Cement	Opaque
S1	8.14	28.3	43.56	2.00	0.00	10.00	8.00
S2	10.97	17.16	58.87	0.00	1.00	9.00	3.00
S3	7.31	14.39	70.3	0.00	1.00	5.00	2.00
S4	6.23	21.91	63.86	0.00	1.00	5.00	2.00
S5	12.13	11.78	59.09	0.00	0.00	12.00	5.00
S6	7.91	24.32	49.77	2.00	0.00	8.00	8.00
S7	10.43	12.56	64.01	0.00	1.00	10.00	2.00
S8	9.65	15.24	65.11	0.00	1.00	5.00	4.00
S9	12.22	21.95	46.83	2.00	0.00	8.00	9.00
S10	11.19	23.63	48.18	2.00	0.00	10.00	5.00
S11	7.04	24.85	54.11	1.00	0.00	5.00	8.00
S12	14.43	13.72	59.85	0.00	2.00	8.00	2.00
S13	11.53	14.75	49.72	0.00	1.00	20.00	3.00
S14	10.16	16.22	57.62	1.00	0.00	10.00	5.00
S15	10.03	21.42	53.56	1.00	0.00	7.00	6.50
S16	9.16	17.02	60.98	0.00	1.00	8.00	4.00
S17	11.05	19.24	52.97	1.00	1.00	11.00	5.00
S18	9.41	17.45	59.85	1.00	1.00	8.00	5.00
S19	10.11	19.65	55.65	1.00	0.00	8.00	6.00
S20	8.16	20.44	59.15	1.00	1.00	7.00	4.00
Min	6.23	11.78	43.56	0.00	0.00	5.00	2.00
Max	14.43	28.30	70.30	2.00	2.00	20.00	9.00
Ave	9.86	18.80	56.65	1.00	1.00	8.67	4.73
STD	2.02	4.52	6.83	1.00	1.00	3.35	2.21

۱- آنالیز رگرسیون ساده

به این منظور ضریب همبستگی بین ۱۶ پارامتر بافتی و کانی‌شناسی با ویژگی‌های مکانیکی شامل مقاومت فشاری تک‌محوری و مدول الاستیسیته تعیین شده است که نتایج آن در جدول ۴ خلاصه شده است. همان‌طور که در این جدول نشان داده شده است، بالاترین ضرایب همبستگی

ارتباط بین ویژگی‌های پتروگرافی و مکانیکی

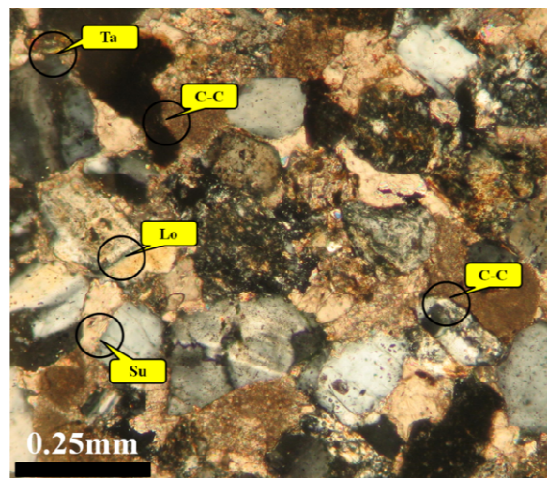
به منظور ارزیابی ارتباط بین ویژگی‌های پتروگرافی و مکانیکی نمونه‌ها، آنالیز رگرسیون خطی ساده و چند متغیره بر روی داده‌ها انجام شده است.

سیمان و کمترین مقدار بین مدول الاستیسیته و تماس‌های دانه به دانه $(G-G)$ با $r=0.01$ حاصل شده است. در شکل ۴، بهترین روابط رگرسیونی بین ویژگی‌های مکانیکی و خصوصیات پتروگرافی نشان داده شده است.

بین مقاومت فشاری تک‌محوری و تماس‌ها س مضرسی، آرایش همجوار و گردش‌گی ذرات به ترتیب با 0.92 ، 0.86 و 0.85 مشاهده شده است. در حالی‌که کمترین ضرایب همبستگی برای تماس‌های دانه-سیمان $(G-C)$ ، درصد کوارتز و درصد سیمان به ترتیب با 0.14 ، 0.084 و 0.402 به دست آمده است. علاوه بر این بالاترین ضریب همبستگی ($r = 0.74$) بین مدول الاستیسیته و درصد

جدول ۲. نتایج بررسی خصوصیات بافتی ماسه‌سنگ‌ها

Sample no.	Mgs (mm)	Grain shape (%)		Type of grain contact (%)				Contact nature (%)			Pd (%)	Pp (%)
		Angular	Round	Lo	C-C	Su	Ta	G-G	G-C	G-V		
S1	0.08	76.00	10.00	17.00	32.00	1.00	5.00	58.00	3.00	12.00	77.00	45.00
S2	0.08	90.00	10.00	25.00	51.00	18.00	6.00	80.00	8.00	12.00	90.00	75.00
S3	0.09	87.00	13.00	35.00	42.00	16.00	7.00	66.00	8.00	26.00	84.00	68.00
S4	0.28	79.00	21.00	56.00	36.00	1.00	7.00	69.00	8.00	23.00	79.00	58.00
S5	0.18	76.00	24.00	25.00	53.00	12.00	10.00	66.00	13.00	21.00	86.00	64.00
S6	0.13	85.00	15.00	38.00	46.00	9.00	7.00	68.00	14.00	18.00	89.00	67.00
S7	0.09	88.00	12.00	32.00	43.00	18.00	7.00	64.00	6.00	30.00	82.00	73.00
S8	0.42	77.00	23.00	43.00	32.00	3.00	22.00	58.00	7.00	35.00	78.00	49.00
S9	0.35	80.00	20.00	45.00	32.00	2.00	21.00	63.00	5.00	32.00	77.00	45.00
S10	0.13	88.00	12.00	24.00	51.00	16.00	9.00	81.00	6.00	13.00	83.00	74.00
S11	0.09	90.00	10.00	22.00	54.00	19.00	5.00	76.00	7.00	17.00	87.00	70.00
S12	0.17	84.00	16.00	23.00	51.00	18.00	8.00	79.00	3.00	18.00	93.00	72.00
S13	0.38	85.00	15.00	40.00	42.00	4.00	14.00	63.00	8.00	29.00	81.00	57.00
S14	0.14	87.00	13.00	17.00	62.00	13.00	8.00	58.00	21.00	21.00	83.00	59.00
S15	0.21	84.00	16.00	38.00	40.00	10.00	12.00	64.00	9.00	27.00	83.00	63.00
S16	0.19	86.00	14.00	29.00	48.00	13.00	10.00	75.00	5.00	20.00	85.00	65.00
S17	0.2	82.00	18.00	38.00	42.00	10.00	10.00	66.00	9.00	25.00	83.00	63.00
S18	0.2	86.00	14.00	26.00	51.00	14.00	9.00	69.00	10.00	21.00	86.00	65.00
S19	0.23	82.00	18.00	38.00	41.00	9.00	12.00	67.00	9.00	24.00	82.00	61.00
S20	0.23	83.00	17.00	31.00	44.00	12.00	13.00	71.00	6.00	23.00	84.00	62.00
Min	0.08	76.00	10.00	17.00	32.00	1.00	5.00	58.00	3.00	12.00	77.00	45.00
Max	0.42	90.00	24.00	56.00	62.00	19.00	22.00	81.00	21.00	35.00	93.00	75.00
Ave	0.19	83.75	15.55	32.10	44.65	10.90	10.10	68.05	8.25	22.35	83.60	62.75
STD	0.10	4.34	4.15	10.06	8.10	6.00	4.64	7.08	4.09	6.41	4.21	8.80



شکل ۳. انواع تماس‌های بین ذرات (C-C: Concavo-Convex, Su: Sutured, Lo: Longitudinal, Ta: Tangential)

جدول ۳. نتایج ویژگی‌های فیزیکی و مکانیکی ماسه‌سنگ‌های مورد مطالعه

Sample no.	γ_d (gr/cm ³)	n (%)	Vp (Km/s)	UCS (MPa)	E (GPa)
S1	2.56	4.61	2.83	128.13	16.05
S2	2.47	6.97	3.12	94.61	15.71
S3	2.38	9.96	2.51	41.91	7.15
S4	2.52	5.62	2.69	72.50	9.13
S5	2.47	5.85	3.35	95.39	15.69
S6	2.50	5.77	2.86	116.68	14.83
S7	2.41	8.88	2.55	46.31	10.50
S8	2.15	14.51	1.39	19.94	2.93
S9	2.57	5.70	2.84	127.12	10.62
S10	2.61	4.28	3.00	143.03	14.24
S11	2.56	5.64	3.08	112.13	10.67
S12	2.42	7.47	2.82	69.97	9.34
S13	2.46	6.88	3.33	114.22	17.94
S14	2.46	6.83	2.92	86.13	13.67
S15	2.47	7.53	2.58	100.56	9.62
S16	2.46	7.18	2.85	77.90	12.17
S17	2.51	6.07	3.06	109.84	13.05
S18	2.43	8.04	2.60	74.26	10.12
S19	2.46	7.80	2.57	89.71	9.79
S20	2.48	6.79	2.79	84.29	12.01
Min	2.15	4.28	1.39	19.94	2.93
Max	2.61	14.51	3.35	143.03	17.94
Ave	2.47	7.12	2.79	90.23	11.76
STD	0.09	2.21	0.41	31.01	3.52

جدول ۴. نتایج رگرسیون ساده بین ویژگی‌های مکانیکی و ۱۶ پارامتر بافتی و کانی‌شناسی

Petrographical characteristics	Mechanical properties	
	UCS (MPa)	E (GPa)
Mgs (mm)	-0.815	-0.697
Q (%)	0.143	0.197
F (%)	0.652	0.180
Rf (%)	-0.63	-0.57
Cement (%)	0.402	0.738
Angular (%)	0.847	0.643
Round (%)	-0.847	-0.643
Pp	0.862	0.585
Pd	0.697	0.487
Su	0.916	0.618
C-C	0.788	0.566
Lo	-0.821	-0.520
Ta	-0.725	-0.622
G-G	0.572	0.010
G-C	0.084	0.507
G-V	-0.696	-0.341

۲- آنالیز رگرسیون چند متغیره

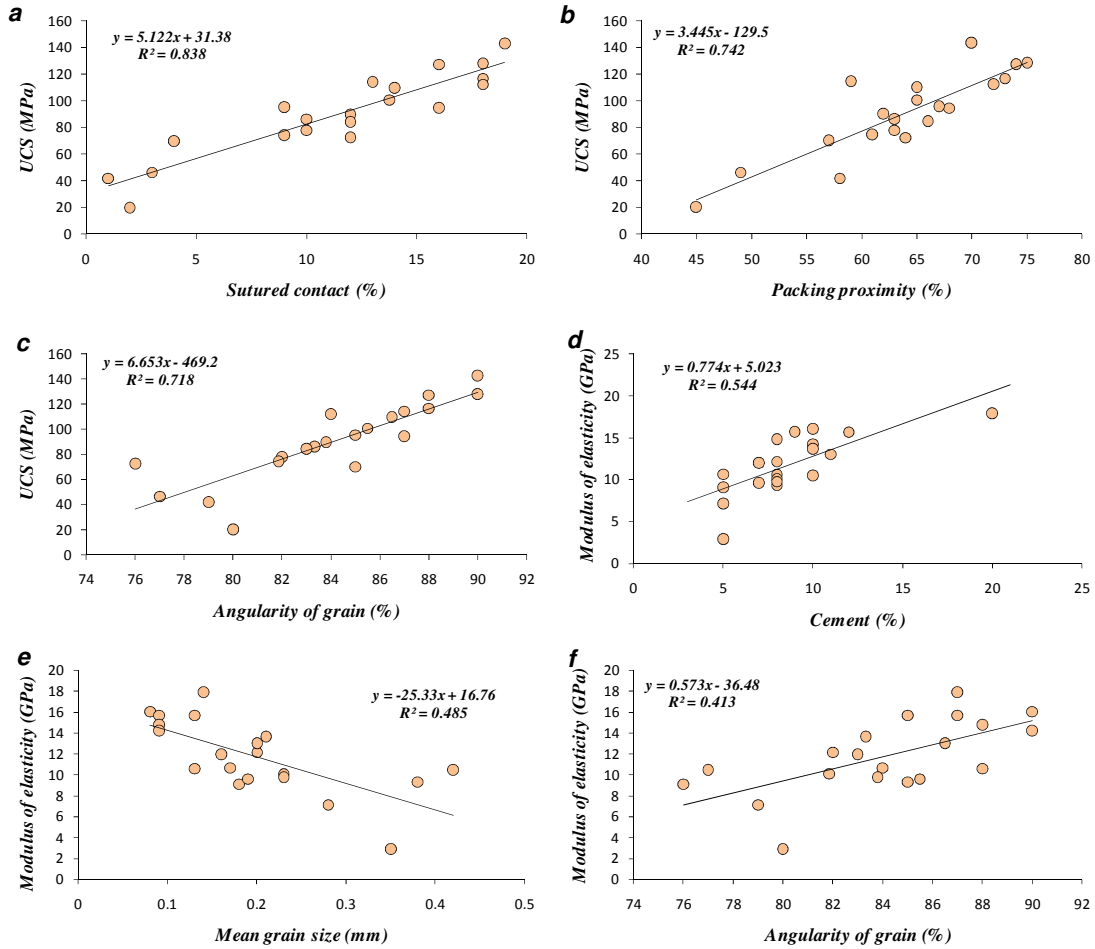
روش آنالیز رگرسیون چندمتغیره برای به‌دست آوردن بهترین رابطه بین متغیره‌ها، زمانی‌که بیش از یک پارامتر ورودی وجود داشته باشد، مورد استفاده قرار می‌گیرد. به طور کلی موضوع اصلی روش رگرسیون چند متغیره تولید یک ارتباط بین پارامترهای ورودی و خروجی است. عموماً

رگرسیون خطی چندمتغیره به صورت ارتباط بین متغیره‌های خروجی یا وابسته و متغیره‌های ورودی یا مستقل بیان می‌شود که این موضوع در رابطه ۱ نشان داده شده است:

$$Y = c + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + \dots + b_nX_n \quad (1)$$

الاستیسیته با استفاده از خصوصیات پتروگرافی توسعه داده شده است که خلاصه نتایج در جدول ۵ ارائه شده است.

در این رابطه، Y متغیر وابسته، c یک ضریب ثابت، X_i تا X_n متغیرهای مستقل و b_1 تا b_n ضرایب رگرسیونی برای X_i تا X_n می‌باشند. در نهایت تعدادی معادله به منظور پیش‌بینی و تخمین مقاومت فشاری تک‌محوری و مدول



شکل ۴. ارتباط بین ویژگی‌های مکانیکی و خصوصیات بافتی و کانی‌شناسی

جدول ۵. بهترین روابط رگرسیونی چندمتغیره برای پیش‌بینی مقاومت فشاری تک‌محوری و مدول الاستیسیته

Model no.	Equations	R	RMSE	VAF
1	$UCS = 3.847Su + 1.043Pp - 20.53$	0.925	0.123	76
2	$UCS = 2.69Su + 0.757PP + 2.91An - 233.88$	0.959	0.092	86
3	$UCS = 1.364Lo + 1.688PP + 2.951An - 0.386Su - 226.19$	0.979	0.072	91
4	$UCS = 1.754 PP + 13.41Mgs + 2.971An - 0.252Su - 1.348Lo - 266.81$	0.980	0.071	92
5	$UCS = 1.43PP + 43.82Mgs + 2.90An + 1.05Su + 0.792CC - 0.504Lo - 285.66$	0.981	0.068	93
6	$E = 0.630Ce - 19.88Mgs + 10.19$	0.907	0.218	81
7	$E = 0.620Ce + 0.030An - 19.07Mgs + 6.43$	0.907	0.218	81
8	$E = 0.629Ce + 0.023An - 14.05Mgs - 0.128Ta + 5.82$	0.911	0.195	82
9	$E = 0.66Ce + 0.158Su - 0.05An - 5.47Mgs - 0.188Ta + 11.34$	0.917	0.172	84
10	$E = 0.79Ce - 0.035Su - 0.11An - 4.78Mgs + 0.011Ta + 0.273Pp - 1.55$	0.936	0.111	87

برخوردار هستند. در بین روابط پیشنهاد شده، معادله ۵ (شامل ۶ پارامتر پتروگرافی آرایش همجوار، میانگین اندازه ذرات، گردش‌گی، تماس مضرسی، تماس طولی، تماس محدب-مقعر) برای پیش‌بینی UCS و معادله ۱۰ برای پیش‌بینی E بالاترین دقت را دارند.

در شکل‌های ۵ و ۶ ارتباط بین مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده UCS و E به ترتیب با استفاده از معادلات ۵ و ۱۰ نشان داده شده است. همچنین در این شکل‌ها، نمودار هیستوگرام مربوط به اختلاف بین مقادیر واقعی و تخمین زده شده نشان داده شده است. بر این اساس، هر چقدر تمرکز نمودارهای میله‌ای در اطراف صفر بیشتر باشد، نشان‌دهنده اختلاف کم بین مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده و یا به عبارت دیگر عملکرد بهتر معادلات پیشنهاد شده است.

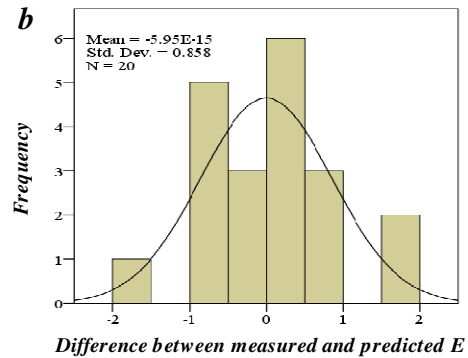
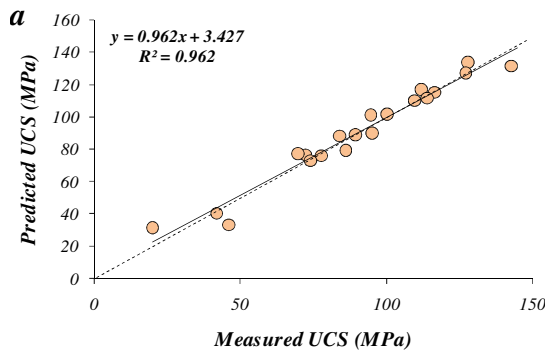
به منظور ارزیابی عملکرد پیش‌بینی معادلات توسعه داده شده، از ۳ شاخص آماری ضریب همبستگی (r)، خطای مجذور میانگین مربعات ($RMSE$) و VAF استفاده شده است:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (2)$$

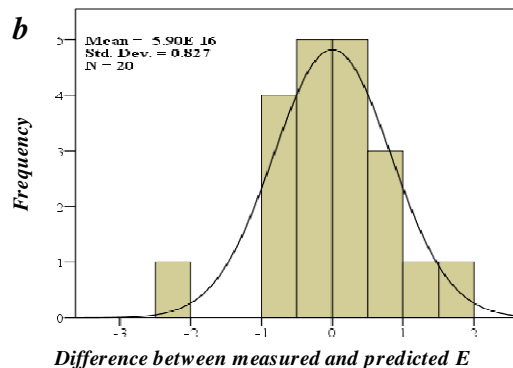
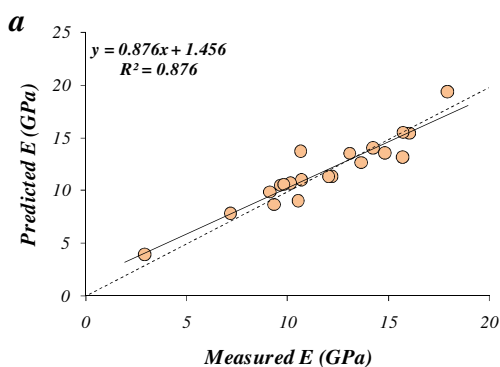
$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - Y_i)^2}{n}} \quad (3)$$

$$VAF = \left[1 - \frac{var(X_i - Y_i)}{var(X_i)} \right] \times 100 \quad (4)$$

جایی که Y_i و X_i به ترتیب داده‌های واقعی و پیش‌بینی شده هستند و n تعداد داده‌های مورد استفاده می‌باشد. بر این اساس، هر چقدر مقدار R و VAF به ۱۰۰ و $RMSE$ به صفر نزدیک باشند، معادله مربوطه از عملکرد پیش‌بینی بهتری برخوردار است. با توجه به نتایج، ملاحظه می‌گردد که تمامی روابط از دقت بالایی



شکل ۵. الف) ارتباط بین مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده UCS (مدل ۵، جدول ۵)، ب) تفاوت بین مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده UCS



شکل ۶. الف) ارتباط بین مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده E (مدل ۱۰، جدول ۵)، ب) تفاوت بین مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده E

نتیجه‌گیری

درویش‌زاده، ع (۱۳۷۲) زمین‌شناسی ایران، انتشارات ندا، تهران.

Abdi, Y. Taheri-Garavand, A., Zarei-Sahamieh, R (2018) Prediction of strength parameters of sedimentary rocks using artificial neural networks and regression analysis. *Arab J Geosci*, 11, 587 doi: 10.1007/s12517-018-3929-0.

Azimian, A., Ajalloeian, R (2015) Empirical correlation of physical and mechanical properties of marly rocks with P wave velocity. *Arabian Journal of Geosciences*, 8: 2069–2079

Barbour TG, Atkinson RH, Ko HY (1979) Relationship of mechanical, index and mineralogic properties of coal measure rock. 20th Symp. Rock Mechanics, Austin, Tex, pp 189-198.

Bell FG (1978a) The physical and mechanical properties of the Fell Sandstones, Northumberland, England. *Eng Geol*, 12: 1–29.

Brace WF (1961) Dependence of fracture strength of rocks on grain size. *Proc. 4th Symp. Rock Mechanics*, Univ Park, Penn, pp. 99-103.

Dobereiner L, DeFreitas MH (1986) Geotechnical properties of weak sandstones. *Geotechnique*, 36: 79-94.

El-Sayed Sedek, AS (2017) Evaluation of geotechnical properties of Cretaceous sandstone, Western Desert, Egypt. *Arab J Geosci*, 9: 299.

Fahy MP, Guccione MJ (1979) Estimating strength of sandstone using petrographic thin-section data. *Bull Assoc Eng Geol*, 16: 467-485.

Folk RL (1974) *Petrology of sedimentary rocks*. Hemphill, Austin Goodman RE (1993) *Engineering geology-rock in engineering construction*. Wiley, New York.

Hartley A (1974) A review of geological factors influencing the mechanical properties of road surface aggregation. *Q.J. Eng. Geol*, 7: 69-100.

Heidari M, Momeni A A, Rafiei B, Khodabaksh H, Torabi-Kaveh M (2013) Relationship Between Petrographic Characteristics and the Engineering Properties of Jurassic Sandstones, Hamedan, Iran. *Rock Mech Rock Eng*, 46: 1091–1101.

Howarth DF, Rowlands JC (1986) Development of an index to quantify rock texture for assessment of intact rock properties. *Geotech Testing*, 9: 169–179.

Hutchinson, CS (1974) *Laboratory handbook of petrography techniques*. Wiley, New York, 527 pp.

International Society for Rock Mechanics (1981) *Rock characterization, testing and monitoring, ISRM suggested methods*. In: Brown ET (ed) Pergamon Press, Oxford, 211pp.

روش‌های غیرمستقیم به‌طور گسترده برای تخمین پارامترهای مقاومت سنگ مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این مطالعه، روابط بین خصوصیات پتروگرافی و ویژگی‌های مکانیکی ماسه‌سنگ‌ها با استفاده از آنالیز رگرسیون خطی ساده و چندمتغیره مورد ارزیابی قرار گرفته است. بر اساس نتایج، بهترین معادلات پیش‌بینی کننده عبارتند از:

$$UCS = 1.43PP + 43.82Mgs + 2.90An + 1.05Su + 0.792CC - 0.504Lo - 285.66 \quad (r = 0.981)$$

$$E = 0.79Ce - 0.035Su - 0.11An - 4.78Mgs + 0.011Ta + 0.273Pp - 1.55 \quad (r = 0.936)$$

بر اساس نتایج، مقادیر ۳ شاخص آماری ارزیابی عملکرد پیش‌بینی روابط توسعه داده شده شامل R ، $RMSE$ و VAF برای UCS به ترتیب ۰/۹۸۱، ۰/۰۶۸ و ۹۳ بوده است که نشان‌دهنده دقت بالای پیش‌بینی این رابطه است. همچنین این ضرایب برای مدول الاستیسیته به ترتیب ۰/۹۳۶، ۰/۱۱۱ و ۰/۸۷ حاصل شده است که دقت پیش‌بینی خوب اما ضعیف‌تری در مقایسه با UCS را نشان می‌دهند. نتایج نشان داد که در میان ۱۶ پارامتر پتروگرافی که مورد بررسی قرار گرفته‌اند، آرایش همجوار و درصد گوشه‌داری ذرات دارای بالاترین ضریب همبستگی رگرسیونی (R) با مقاومت فشاری تک‌محوری می‌باشند. این در حالی است که برای پیش‌بینی مدول الاستیسیته، درصد سیمان و میانگین اندازه ذرات بیش‌ترین ضریب رگرسیون را دارا می‌باشند. مشاهده شد که ارتباط مهمی بین مقاومت فشاری تک‌محوری و مدول الاستیسیته با ترکیب کانی‌شناسی ماسه‌سنگ‌ها وجود ندارد. در حالی که پارامترهای بافتی ارتباط قوی‌تری با ویژگی‌های مهندسی نشان دادند. نتایج مطالعه نشان داد که امکان پیش‌بینی ویژگی‌های مکانیکی با استفاده از پارامترهای بافتی و کانی‌شناسی با دقت قابل قبول وجود دارد. اگرچه باید یادآور شد که مطالعات بیش‌تری برای بهبود عملکرد پیش‌بینی این معادلات لازم می‌باشد.

منابع

عبدی، ی.، خانلری، غ. ر (۱۳۹۸) تخمین ویژگی‌های مکانیکی ماسه‌سنگ‌ها با استفاده از آزمایش سرعت موج و چکش اشमित، نشریه یافته‌های نوین زمین‌شناسی کاربردی، دوره ۱۳، شماره ۲۵، ص ۳۳-۴۷.

- using correlation and multivariable statistical techniques. *Eng Geol*, 37: 135–157.
- Zorlu K, Gokceoglu C, Ocakoglu F, Nefeslioglu HA, Acikalin S (2008) Prediction of uniaxial compressive strength of sandstones using petrography-based models. *Eng Geol*, 96: 141–158.
- Jamshidi, A., Nikudel, M., Khamehchiyan, M., Zarei Sahamieh, R., Abdi, Y (2016) A correlation between P-wave velocity and Schmidt hardness with mechanical properties of travertine building stones. *Arabian Journal of Geosciences*, 9: 568–580.
- Jeng FS, Weng MC, Lin ML, Huang TH (2004) Influence of petrographic parameters on geotechnical properties of tertiary sandstones from Taiwan. *Eng Geol*, 73: 71–91.
- Khanlari GR, Heidari M, Noori M, Momeni A (2016) The Effect of Petrographic Characteristics on Engineering Properties of Conglomerates from Famenin Region, Northeast of Hamedan, Iran. *Rock Mech Rock Eng*: DOI 10.1007/s00603-016-0929-9.
- Mohamad, E.T., Armaghani, D.J., Momeni, E., et al. (2018) Rock strength estimation: a PSO-based BP approach. *Neural Comput & Applic* 30, 1635–1646. doi:10.1007/s00521-016-2728-3.
- Mustafa, Y., Mohammad A., Arif-Khan A., Muhammad S., Muhammad Z., Arshad A (2017) Petrographic and Mechanical Properties of Sandstone from Murree Formation, Jena Kor Area, Peshawar Basin. A Case Study. *Pak. J. Engg. & Appl. Sci*, 20: 69–78.
- Sarkar K, Singh TN, Reddy DV (2009) Prediction of strength parameters by dynamic wave. *Int J Earth Sci Eng*, 2(1): 12–19.
- Sarkar, K., Vishal, V., Singh, T. N. (2012) An Empirical Correlation of Index Geomechanical Parameters with the Compressional Wave Velocity. *Geotech Geol Eng*, 30: 469–479.
- Shakoor A, Bonelli RE (1991) Relationship between petrophysical characteristics, engineering index properties and mechanical properties of selected sandstones. *Bull Assoc Eng Geol*, 28: 55–71.
- Sharma, P. K. and Singh, T. N (2008) A correlation between P-wave velocity, impact strength index, slake durability index and uniaxial compressive strength. *Bull Eng Geol Environ*, 67: 17–22.
- Sharma, L.K., Vishal, V., Singh, TN (2017) Developing novel models using neural networks and fuzzy systems for the prediction of strength of rocks from key geomechanical properties. *Measurement*, 102: 158–169.
- Tamrakar NK, Yokota S, Shrestha SD (2007) Relationships among mechanical, physical and petrographic properties of Siwalik sandstones, Central Nepal Sub-Himalayas. *Eng Geol*, 90: 105–123.
- Ulusay R, Tureli K, Ider MH (1994) Prediction of engineering properties of a selected litharenite sandstone from its petrographic characteristics

Application of multivariate regression analysis (MLR) for predicting the UCS and E of sandstones using petrographic characteristics

Y. Abdi

Dept., of Geology, Faculty of sciences, Lorestan University, Khoramabad

**Abdi.ya@lu.ac.ir*

Recieved: 2019/11/27 Accepted: 2020/2/5

Abstract

The accurate determine of uniaxial compressive strength (UCS) and modulus of elasticity (E) using laboratory methods requires substantial time and cost. To overcome these difficult, development of predictive empirical equations to estimate the UCS and E of rocks is very important in rock engineering. This study deals with the prediction of UCS and E of sandstones from petrographic characteristics using multivariable linear regression analysis (MLR). For this purpose, 20 rock blocks were collected from sandstones in different locations of Upper Red Formation in southwestern Qom. Samples were subjected to petrographic examination, which included the observation of 16 parameters and modal analysis. The specimens were also tested to determine the uniaxial compressive strength, modulus of elasticity, porosity, and dry density. Based on the results of statistical analysis, multiple predictive equations were developed to estimate the mechanical properties using petrographic characteristics. The performance of developed equations was assessed using R, RMSE and VAF. Based on the results, it was observed that the proposed equations have a good performance in predicting the UCS and E.

Keywords: *Petrographic properties; UCS, Modulus of elasticity, Regression analysis, Sandstone.*